

Розглядається плоска задача теорії пружності для смуги $\{-a < x < b, |y| < \infty\}$, обидві межі якої знаходяться у стані закладання, що ковзає (чи затискається). Усереднені смуги вздовж відрізка $\{x = 0, -1 < y < 1\}$ є тріщина. Задані об'ємні сили. Припускається, що контакт берегів тріщини відсутній.

Показано, що розв'язок плоскої задачі для смуги у випадку фінітного (по y) навантаження у класі функцій (переміщень та напруг), спадających на нескінченності, можна звести до системи рівнянь.

$$\begin{cases} \Delta^2 \sigma_x = -\Delta X' + (1+\nu)X'' - [\Delta Y' - (1+\nu)Y'']; & -a < x < b, -\infty < y < \infty, \\ \tau_{xy}^{[I]} = -\sigma'_x - X; & \sigma_y^{[II]} = -\sigma''_x + X' - Y^{[I]}, & Ev^{[III]} = [\Delta \sigma_x + (1+\nu)\sigma_x^{[II]}] + X' - Y', \\ Eu^{[III]} = -[\Delta \sigma_x + (1+\nu)\sigma_x^{[II]}] + X' - [\Delta X' + 2(1+\nu)X''] + Y^{[I]}. \end{cases} \quad (1)$$

Тут інтрихом позначено похідну за змінною x , а крапкою – похідну за змінною y ; u , v – переміщення; σ_x , σ_y , τ_{xy} – напруження. Це дозволяє застосувати інтегральне перетворення за змінною y .

Зокрема, у поставленій задачі інтегральне перетворення Фур'є дозволяє звести проблему до розв'язування системи сингулярних інтегральних рівнянь на скінченному інтервалі виду

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dy^2} \int_{-1}^1 \chi(y) \ln \frac{1}{|y-\eta|} d\eta - \int_{-1}^1 \chi(y) K_{11}(y, \eta) d\eta + \int_{-1}^1 \mu(\eta) K_{12}(y, \eta) d\eta = p(y), & |y| < 1, \\ \frac{d^2}{dy^2} \int_{-1}^1 \mu(y) \ln \frac{1}{|y-\eta|} d\eta - \int_{-1}^1 \chi(y) K_{21}(y, \eta) d\eta + \int_{-1}^1 \mu(\eta) K_{22}(y, \eta) d\eta = t(y), & |y| < 1, \end{cases} \quad (2)$$

де $K_{ij}(y, \eta)$ – нескінченно-диференційовні функції, а $\chi(y)$ та $\mu(y)$ – відповідні стрибки нормальних та дотичних переміщень при переході через тріщину.

Розв'язок цієї системи будувався методом ортогональних многочленів за допомогою розкладання шуканих функцій у ряд за многочленами Чебишева другого роду. В результаті отримана нескінченна система лінійних алгебраїчних многочленів типу Пуанкаре – Коха коефіцієнтів розкладення, що допускає застосування методу редукції.

Було розраховано значення коефіцієнта інтенсивності нормальних зусиль (КІН). На графіку (рис. 1) показано залежність КІН K від величини параметра b за умов $a = b$. З нього випливає, що зі збільшенням параметра b значення КІН наближається до значення КІН для нескінченної площини.



Рисунок 1 – Залежність КІН K від параметра b за умов $a = b$