А. А.Зыков (Одесса)

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИЗИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

Введение. В [1, 2 и 4] показано, что традиционная СТО, вопреки укоренившемуся представлению, не является логически обоснованной, и если в одномерном случае ей недостает всего лишь одной аксиомы, то в случаях двух и трех измерений возникают явные противоречия, для устранения которых требуется существенный пересмотр логических основ. В [1 (выпуск 2006 года)] намечены два подхода к строгому построению СТО: на базе неевклидовой кинематики и абстрактно-алгебраический. В настоящей статье мы систематизируем алгебраические и физические результаты, относящиеся ко второму направлению, и предлагаем считать это фундаментом для построения алгебраической теории физического пространства.

Алгебраическая часть. Пусть $\mathbf{Q} = (Q, +, \bullet)$ – ассоциативное тело (некоммутативное поле)*. Подмножество

$$T = T(\mathbf{Q}) = \{t \in T \,/\, \forall z \in Q: tz = zt\} \subset Q$$

элементов, перестановочных со всеми элементами Q, образует *центр* тела $\mathbf{Q}$, а подмножество

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{Q}) = \{xy - yx \,/\, x, y \in Q\} \subseteq Q$$

мы называем *периферией* $\mathbf{Q}$. Элементы T именуем *скаляроидами*, а элементы $\mathbf{R}$ – *вектороидами.*

Само $\mathbf{Q}$ является алгеброй, а тем более линейным пространством, над своим центром, и размерность этого пространства считается также *размерностью* $\dim \mathbf{Q}$ *тела*; она, как известно, в случае конечности представляет собой точный квадрат. Так как случай $\dim \mathbf{Q} = 1$ нам не интересен (тогда само $\mathbf{Q} = T(\mathbf{Q})$ – поле), а в [3] установлено, что $\mathbf{R}(\mathbf{Q})$ образует в $\mathbf{Q}$ подпространство только при $\dim \mathbf{Q} \le 4$, то мы в дальнейшем считаем $\dim \mathbf{Q} = 4$ и, накладывая еще естественное условие: характеристика $p(\mathbf{Q}) \neq 2$, – получаем *квалгебру*, элементы которой называем *квалами.* Как доказано в [3], квалгебра обладает базой $\{1, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}\}$, где 1 – единица тела, а $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ и $\boldsymbol{c}$ – вектороиды. Отсюда следует, что $\mathbf{Q} = T(\mathbf{Q}) \oplus \mathbf{R}(\mathbf{Q})$ (прямая сумма), т.е. любой квал однозначно представим как сумма скаляроида и вектороида, благодаря чему может быть назван обобщенным кватернионом (“обобщенным” потому, что T – не обязательно поле R действительных чисел).

* Знак умножения $\bullet$ между элементами часто опускают.

Попытка непосредственной факторизации квалгебры по ее центру терпит неудачу, так как из двух исходных операций $+$ и $\bullet$ факторизуется только сложение: $(x + t) + (y + t') = (x + y) + (t + t')$, $t, t', t + t' \in T$, – но не умножение: $(x + t)\bullet(y + t') = xy + xt' + yt + tt'$, что, вообще говоря, не имеет вида $xy + t''$ с $t'' \in T$. Однако факторизация становится возможной, если на прежнем множестве Q, сохранив операцию сложения $+$, взять за основу вместо $\bullet$ *вектороидное умножение* $\otimes$:

$$x \otimes y = xy - yx\,;$$

тогда $(x + t) \otimes (y + t') = (x + t)(y + t') - (y + t')(x + t) = xy - yx$ при любых $t, t' \in T$. Элементы фактор-системы $(Q/T, +, \otimes)$ мы по-прежнему называем квалами, но обозначаем уже прямыми жирными буквами. Эта фактор-система не является телом (уже хотя бы из-за наличия делителей нуля: $\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} = \mathbf{0}$ не только при $\mathbf{x} = \mathbf{0}$) и представляет собой лиево кольцо, в котором вместо коммутативности имеет место антикоммутативность

$$\mathbf{x} \otimes \mathbf{y} = -\mathbf{y} \otimes \mathbf{x}\,,$$

а вместо ассоциативности – тождество Якоби

$$(\mathbf{x} \otimes \mathbf{y}) \otimes \mathbf{z} + (\mathbf{y} \otimes \mathbf{z}) \otimes \mathbf{x} + (\mathbf{z} \otimes \mathbf{x}) \otimes \mathbf{y} = \mathbf{0}\,.$$

Полученное кольцо можно назвать *лиевой квалгеброй* и изучать в абстрактно-алгебраическом плане. Но какие именно вопросы (как из уже решенных, так и не фигурирующих пока в литературе) включать в цельную теорию - зависит от физической интерпретации.

Физическая часть. Трактуя понятия “точечное событие” и “мировая точка” как в [1], напомним, что последняя определяется через абстракцию и соответствует классу событий, происходящих “там же и тогда же”. Никакое событие не может иметь места “нигде” и “никогда”, но “где именно” и “когда именно” - зависит от выбора системы отсчета, а без нее об отношениях “там же” и “тогда же” по отдельности мы знаем лишь, что они рефлексивны и симметричны, но не транзитивны; тот факт, что их конъюнкция обладает также третьим свойством, — чудо, которое следует считать аксиомой.

Такому определению мировой точки не мешает то обстоятельство, что отвечающий ей класс событий не задан наперед полностью и благодаря процессам, совершающимся в физическом пространстве, все время пополняется новыми элементами.

Следуя [5], мы называем *интервалом* между событиями **A, B** и их мировыми точками *A, B* упорядоченную пару **(A, B)**, соответственно *(A, B)*, и рассматриваем такую пару как *квал* (кватернионный интервал) - абстрактный алгебраический объект, безотносительно к выбору системы отсчета. Совокупность квалов (для совершившихся или потенциально возможных событий) образует *квалгебру* **Q** = *(Q, +, •)*, в которой операции + и • поначалу введены чисто формально. И если содержательный смысл сложения выявляется непосредственно:

$$(A,\ B) + (B,\ C) = (A,\ C)$$

(правда, пока только для случая, когда “начало” второго слагаемого совпадает с “концом” первого) - и интерпретируется как поступательное перемещение, то с умножением дело обстоит сложнее. Непосредственный физический смысл операции • пока не раскрыт, а вектороидное умножение $\otimes$, очевидно, связано с вращением. Элементам лиевой квалгебры *(Q/T, +,* $\otimes$) отвечают те физические и геометрические “конструкции”, которые можно (при надлежащей идеализации) считать не меняющимися со временем.

Чтобы алгебраическая модель физического пространства допускала не только статические, но и кинематические процессы, надо в лиево кольцо подключать временные интервалы, но не в качестве первоначальных элементов исходного тела Q, а в виде пар, состоящих из лиева кольца и «местного» времени. Аналогичный процесс диалектического отрицания отрицания хорошо проиллюстрирован в [6, §9] на примере превращения геометрического отрезка в свободный вектор с точкой приложения.

Вот пока тот фундамент (или его часть), на котором предлагается строить последовательную теорию квалов и лиевых квалов с приложениями к изучению общих свойств физического пространства. Я сам в мои 89 лет мечтаю еще при жизни увидеть чей-то важный результат в указанном направлении (и/или в направлении, основанном на неевклидовой кинематике).

Литература *(А. А. Зыков)*

1. Специальная теория относительности без эталонов длины. Одесса, Астропринт, 2003, 2006.

2. Об элементарных логических и математических ошибках и их последствиях в специальной теории относительности. //ДОСДМ, №2 (июль 2005), 15-23.

3. Центр и периферия ассоциативного тела. //ДОСДМ, №3 (май 2006), 15-23.

4. Роль постоянной Лобачевского в специальной теории относительности. //ДОСДМ, №7 (ноябрь 2008), 33-34.

5. Реальные протяженности и измеренные длины в специальной теории относительности. //ДОСДМ, №8 (июнь 2009), 23-26.

6. Логико-философское введение в высшую математику. Одесса, Астропринт, 1997, 1999, 2003, 2008.

Остальную библиографию см. в этих работах.

Этот доклад был сделан на 33-ем цикле расширенных заседаний семинара по дискретной математике аспирантом Евгением Леонидовичем Берковичем.