

Единственность регулярных замкнутых выпуклых поверхностей

Ю. С. Хомич, Л. А. Гармашова

(ОНУ, Одесса, Украина)

E-mail address: Yli4ka_h@mail.ru

В работе [1] рассматривается вопрос о единственности регулярной замкнутой выпуклой поверхности S , главные радиусы кривизны которой R_1, R_2 в точке с внешней нормалью \bar{n} удовлетворяют уравнению

$$f(R_1 R_2, R_1 + R_2, \bar{n}) + \bar{c} \cdot \bar{n} = \varphi(\bar{n}) \quad (1)$$

где c – постоянный вектор, соответствующий поверхности S , а функция f – положительно однородная первой степени относительно компонент x_1, x_2, x_3 единичного вектора \bar{n} . Результаты этих исследований сформулированы в следующей теореме:

Теорема: Пусть S_1 и S_2 – поверхности класса C^4 , удовлетворяющие уравнению (1) при постоянных векторах \bar{c}_1 и \bar{c}_2 соответственно. Пусть ψ_i – аналогична $\psi(x_1, x_2, x_3)$ функция для поверхности S_i ($i = 1, 2$). Если $f \in C^5$,

$$\frac{\partial F}{\partial R_1} \cdot \frac{\partial F}{\partial R_2} > 0 \quad (2)$$

и $\Delta(\psi_1 - \psi_2) + \lambda(\psi_1 - \psi_2) = 0$, где Δ – оператор Лапласа, $\lambda = const$, то поверхности S_1 и S_2 равны и параллельно расположены.

Применяя эту теорему к конкретным функциям $f = f(R_1 R_2, R_1 + R_2, \bar{n})$, получен следующий результат:

Теорема: Пусть S_1 и S_2 – поверхности класса C^4 , удовлетворяющие уравнению

$$\frac{(R_1 + R_2)^2}{-4(R_1 R_2)^2} + \bar{c} \cdot \bar{n} = \varphi(\bar{n})$$

при постоянных векторах \bar{c}_1 и \bar{c}_2 соответственно. Пусть ψ_i – аналогична $\psi(x_1, x_2, x_3)$ функция для поверхности S_i ($i = 1, 2$). Если $\Delta(\psi_1 - \psi_2) + \lambda(\psi_1 - \psi_2) = 0$, где Δ – оператор Лапласа, $\lambda = const \neq -10$, то поверхности S_1 и S_2 равны и параллельно расположены.

Если $f(R_1 R_2, R_1 + R_2, \bar{n}) = \frac{(R_1 - R_2)^2}{4(R_1 R_2)^2}$ – Эйлерова разность в уравнении (1), то условие (2) теоремы единственности в работе [1] не выполняется. Следовательно, поверхности с одинаковой Эйлеровой разностью в точках с параллельными и одинаково направленными внешними нормалью \bar{n} не всегда равны и параллельно расположены.

Список литературы

- [1] Медяник А. И. *Теоремы единственности для регулярных замкнутых выпуклых поверхностей.* // Укр. геом. сб. - 1983. - Вып. 21. - С. 86-88.