

В.А. Гришин

**Методические указания
к выполнению индивидуальных заданий №1
по теории вероятностей и математической статистике**

Министерство образования и науки Украины
Одесский национальный университет им И.И. Мечникова
Институт математики экономики и механики
Кафедра методов математической физики

В.А. Гришин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ №1
ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
СТАТИСТИКЕ

для студентов направления подготовки 6.050102
«компьютерная инженерия»

Одесса 2016

УДК: 519.21

Рекомендовано в печать Ученым советом ИМЭМ

протокол № 5 заседания Ученого совета ИМЭМ от 23.06. 2016г.

року Печатается по решению кафедры методов математической физики
ОНУ им. И.И.Мечникова

Рецензенты:

зам директора института математики экономики и механики,
канд. физ.-мат. наук, доцент Вартамян Г.М.

канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры методов математической
физики Процеров Ю.С.

Гришин В.А. Методические указания к выполнению индивидуальных
заданий №1 по теории вероятностей и математической статистике. -
Одесский национальный университет им И.И. Мечникова. Одесса, 2016.
– 34с.

Методические указания содержат 16 вариантов по 12 задач в
каждом стандартного курса теории вероятностей из разделов:
классическая и геометрическая вероятность, комбинаторный анализ,
основные теоремы теории вероятностей, схема повторных независимых
испытаний Бернулли. Приведены примеры решения и оформления
типовых задач индивидуального задания №1.

Оглавление

Указания к выполнению.....	5
Варианты заданий.....	6
ВАРИАНТ 1.....	6
ВАРИАНТ 2.....	7
ВАРИАНТ 3.....	7
ВАРИАНТ 4.....	9
ВАРИАНТ 5.....	10
ВАРИАНТ 6.....	11
ВАРИАНТ 7.....	12
ВАРИАНТ 8.....	13
ВАРИАНТ 9.....	14
ВАРИАНТ 10.....	15
ВАРИАНТ 11.....	16
ВАРИАНТ 12.....	17
ВАРИАНТ 13.....	18
ВАРИАНТ 14.....	19
ВАРИАНТ 15.....	20
ВАРИАНТ 16.....	21
Примеры решения задач.....	22
1.1. Классическая вероятность. Комбинаторный анализ.....	22
1.2. Геометрическая вероятность.....	24
1.2. Основные теоремы теории вероятностей.....	25
1.3. Схема повторных испытаний.....	27
Литература.....	29
Приложение 1 Значения* функции Гаусса.....	30
Приложение 2 Значения* функции Лапласа.....	31
Приложение 3 Таблица значений функции Пуассона.....	33
Приложение 4 Образец титульного листа.....	34

Указания к выполнению.

- Каждая задача должна выполняться на отдельном листе с указанием номера задачи в варианте и в скобках номера варианта, содержать текст условия задачи, ее решение.
- Решения задач должны содержать пояснения с указанием используемых теорем и записью формул в общем виде, как это сделано в примерах решения задач.
- Все члены формул записанных в общем виде должны быть разъяснены.
- Ответы должны быть сведены в таблицу на отдельном листе (втором за титульным) и приведены в обыкновенных несократимых дробях и в десятичных дробях.

Индивидуальное задание №1 по курсу «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

_____ Фамилия И. О		Вариант №____
Задача	Ответ(в простых дробях)	Ответ(в десятичных дробях)
1		
2		
3		
4		
5		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Варианты заданий

ВАРИАНТ 1.

- ((1)) Сколько существует трёхзначных чисел, все цифры которых различны
- ((2)) Брошено два игральных кубика. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна семи.
- ((3)) Монета брошена три раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз выпадет герб.
- ((4)) В группе 10 студентов, среди которых 4 отличника. По списку наугад отобрано 5 студентов. Какова вероятность того, что среди отобранных студентов 3 отличника?
- ((5)) В студенческой лотерее на 100 билетов приходится 5 денежных и 5 вещевых выигрышей. Студент приобрёл 2 билета. Какова вероятность, что он выиграл и вещь и деньги?
- ((6)) Найти вероятность того, что событие A появится два раза в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна $0,4$.
- ((7)) Плоскость разграфлена параллельными прямыми, находящимися друг от друга на расстоянии a . На плоскость наугад брошена монета радиуса $a/3$. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из прямых.
- ((8)) Среди 50 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наугад выбранных билета окажутся выигрышными.
- ((9)) Шесть пассажиров наугад садятся в два трамвайных вагона. Найти вероятность того, что в каждый вагон сядет по три пассажира.
- ((10)) В первой урне находится 3 белых, 4 черных и 5 красных шаров, а во второй урне находится 4 белых, 2 черных и 3 красных шара. Из обеих урн наугад извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что они оба одного цвета?
- ((11)) Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, наугад извлекают два шара и добавляют в урну один белый шар. Найти вероятность того, что после этого наугад извлеченный из урны шар окажется белым.
- ((12)) Монету бросают 900 раз. Найти вероятность того, что относительная частота появления герба отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на $0,01$.

ВАРИАНТ 2.

- ((1)) Какова вероятность того, что в наудачу выбранном двузначном числе цифры одинаковы?
- ((2)) Из натуральных чисел от 1 до 30 наугад выбирается одно. Какова вероятность того, что это число является делителем числа 30?
- ((3)) Брошено два игральных кубика. Найти вероятность того, что хотя бы на одном кубике выпадет шесть очков.
- ((4)) В урне находится три белых и два черных шара. Из урны наугад достают три шара. Какова вероятность того, что среди них два белых и один черный шар?
- ((5)) На книжной полке в произвольном порядке расставлено 4 учебника по математике и 3 учебника по физике. Найти вероятность того, что учебники по одному предмету будут стоять рядом.
- ((6)) Студент знает 20 из 25 экзаменационных вопросов. Какова вероятность того, что он ответит на три предложенных ему экзаменатором вопроса?
- ((7)) Событие В появится в случае, если событие А наступит не менее трех раз. Найти вероятность наступления события В, если будет произведено четыре независимых испытания, в каждом из которых вероятность наступления события А равна 0,8.
- ((8)) Внутри круга радиуса R наугад брошена точка. Какова вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг квадрата?
- ((9)) Брошено три игральных кубика. Найти вероятность того, что выпадет два, четыре и шесть очков безразлично в каком порядке.
- ((10)) Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, наугад извлекают без возвращения два раза по два шара. Какова вероятность того, что каждый раз извлекалась пара шаров разного цвета?
- ((11)) Известно, что 96% выпускаемой продукции удовлетворяет стандарту. Существующая схема контроля признает стандартную стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и нестандартную – с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие, прошедшее контроль, удовлетворяет стандарту. Ответ округлить до четырех знаков после запятой
- ((12)) Вероятность появления события А в каждом из 21 независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что событие А появится в большинстве испытаний.

ВАРИАНТ 3.

- ((1)) Сколькими способами можно выбрать конверт из 5 видов с марками 4-х видов для посылки письма? .

- ((2)) Брошено два игральных кубика. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равна шести.
- ((3)) Вероятность наступления события A в одном испытании равна $1/3$. Какова вероятность того, что событие A наступит хотя бы один раз в трех независимых испытаниях?
- ((4)) В ящике находится 8 одинаковых деталей, среди которых 3 бракованных. Наугад извлечены 3 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей будет одна бракованная.
- ((5)) В лифт на первом этаже семиэтажного дома вошло три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью может выйти на любом этаже, начиная со второго. Какова вероятность того, что все трое выйдут на одном и том же этаже?
- ((6)) 1% деталей, которые изготавливаются на заводе, бракованные. Среди качественных деталей 60% высшего сорта. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь будет высшего сорта.
- ((7)) На плоскость с нанесенной квадратной сеткой со стороной a наугад брошена монета радиуса $a/3$. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из сторон квадрата.
- ((8)) В урне имеется пять шаров с номерами от 1 до 5. Наугад по одному извлекают три шара без возвращения. Какова вероятность того, что последовательно появятся шары с номерами 5, 3 и 1?
- ((9)) Отрезок AB разделен точкой C в отношении 2:1. На этот отрезок наугад брошено четыре точки. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки C , а две правее нее. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорционально длине отрезка и не зависит от его расположения.
- ((10)) Игральный кубик бросают до тех пор, пока не выпадет шесть очков. Какова вероятность того, что шестерка первый раз выпадет при третьем броске?
- ((11)) Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, наугад извлекли 2 шара и переложили в урну, содержащую 4 белых и 4 черных шара. Найти вероятность того, что шар, извлеченный наугад из второй урны, окажется белым.
- ((12)) При приемочном контроле из партии в 1000 штук изделий проводится безвозвратная выборка 50 изделий. Найти вероятность того, что в выборке не окажется дефектных изделий, если во всей партии содержится 4 дефектных изделия. Ответ округлить до трех знаков после запятой.

ВАРИАНТ 4.

- ((1)) Сколькими способами 2 студента могут произвести обмен 5 на 9 книг одна на одну?
- ((2)) Брошено два игральных кубика. Какова вероятность того, что модуль разности выпавших очков равен двум?
- ((3)) В группе учатся 6 ребят и 2 девушки. Из них наугад отобрано 4 студента. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов двое ребят и две девушки.
- ((4)) Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле первым стрелком равна 0,6, а вторым – 0,7. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один из стрелков.
- ((5)) В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в твердом переплете. Библиотекарь наугад взяла два учебника. Какова вероятность того, что оба учебника окажутся в твердом переплете?
- ((6)) 1 сентября на первом курсе одного из факультетов запланированы по расписанию три лекции из 10 различных предметов. Студент, не успевший ознакомиться с расписанием, пытается его угадать. Какова вероятность успеха в данном эксперименте, если считать, что любое расписание из трех предметов равновозможно.
- ((7)) В урне находится 4 белых, 3 красных и 2 синих шара. Из урны наугад извлекают без возвращения два шара. Какова вероятность того, что они разного цвета?
- ((8)) Отрезок разделен на две равные части. На этот отрезок наугад брошено четыре точки. Найти вероятность того, что на каждую из двух частей отрезка попадет по две точки. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.
- ((9)) В комнате 3 лампочки. Для каждой лампочки вероятность того, что она не перегорит на протяжении года, равна $5/6$. Какова вероятность того, что на протяжении года будет заменено не больше одной лампочки?
- ((10)) В урне находится 4 белых, 3 красных и 2 синих шара. Из урны наугад извлекают без возвращения два шара. Какова вероятность того, что они разного цвета?
- ((11)) Три стрелка произвели залп, причем только одна пуля поразила мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятности попадания при одном выстреле в мишень первым, вторым и третьим стрелками соответственно равны 0,6; 0,5 и 0,4.
- ((12)) Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность 1-го автомата вдвое больше производительности 2-го. 1-й автомат производит в среднем 60 %, а второй — 84 %. Найдите вероятность того, что деталь, взятая с

конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена 1-м автоматом;

ВАРИАНТ 5.

- ((1)) В барабане револьвера 7 гнезд и вставлено 5 патронов. Дважды барабан наугад прокручивается, и каждый раз нажимается курок. Какова вероятность, что выстрела не будет?
- ((2)) Из натуральных чисел от 1 до 24 наугад выбирается одно. Какова вероятность того, что это число является делителем числа 24?
- ((3)) Брошено три монеты. Найти вероятность того, что хотя бы на одной монете выпадет герб.
- ((4)) В ящике находится 8 одинаковых деталей, из которых 5 бракованных. Из ящика наугад достают 3 детали. Какова вероятность того, что среди извлеченных деталей 2 бракованных?
- ((5)) Контролер проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,8. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.
- ((6)) В лотерею выпущено 10 000 билетов, из которых 10 билетов с выигрышем в 2 000 гр., 50 билетов с выигрышем в 1 000 гр., 100 билетов с выигрышем 500 гр. и 300 билетов с выигрышем в 100 гр. Какова вероятность, купив один билет, выиграть не меньше 1 000 гр.?
- ((7)) Имеются три одинаковые урны с шарами. В первой из них 3 белых и 4 черных шара, во второй – 2 белых и 5 черных, в третьей – 10 черных шаров. Из случайно выбранной урны наудачу вынут шар. Найти вероятность того, что он белый.
- ((8)) Шесть пассажиров наугад садятся в два трамвайных вагона. Найти вероятность того, что в один вагон сядет четыре пассажира, а во второй сядет два пассажира.
- ((9)) Событие А появится в случае, если событие В наступит не менее двух раз. Найти вероятность наступления события А, если будет произведено три независимых испытания, в каждом из которых вероятность наступления события В равна 0,6.
- ((10)) Монету бросают до тех пор, пока не выпадет герб. Какова вероятность того, что герб выпадет в первый раз на четвертом броске?
- ((11)) В урне 3 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимают наугад два шара. Найти вероятность того, что эти шары не одного цвета.
- ((12)) При установившемся технологическом процессе цех выпускает в среднем 80 % продукции первого сорта. Какова вероятность того, что в партии из 125 изделий будет не менее 100 изделий первого сорта?

ВАРИАНТ 6.

- ((1)) В барабане револьвера 7 гнезд и вставлено 5 патронов. Дважды барабан наугад прокручивается, и каждый раз нажимается курок. Какова вероятность, что выстрела не будет?
- ((2)) Брошено два игральные кубика. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна восьми, а модуль разности равен двум.
- ((3)) Игральная кость подбрасывается 5 раз. Найти вероятность того, что два раза появится число очков, кратное трем.
- ((4)) Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле первым стрелком равна 0,7, а вторым – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один из стрелков.
- ((5)) На книжной полке в произвольном порядке стоит 10 книг, из которых три по математике. Найти вероятность того, все три книги по математике стоят рядом.
- ((6)) Игральный кубик бросают три раза. Найти вероятность того, что шесть очков выпадет только один раз.
- ((7)) В коробке 6 белых шаров и 8 красных. Наудачу одновременно извлекаются 3 шара. Найти вероятность, того, что среди них будут два белых шара;
- ((8)) Брошено три монеты. Найти вероятность того, что гербов выпадет больше, чем цифр.
- ((9)) В лифт на первом этаже семиэтажного дома вошло три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью может выйти на любом этаже, начиная со второго. Какова вероятность того, что все пассажиры выйдут на разных этажах?
- ((10)) В первой урне находится 3 белых, 4 черных и 5 красных шаров, а во второй урне находится 4 белых, 2 черных и 3 красных шара. Из обеих урн наугад извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что они оба одного цвета?
- ((11)) В группе спортсменов 20 пловцов, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнения квалификационной нормы для пловца равна 0,9, для велосипедиста – 0,8 и для бегуна – 0,75. Наудачу вызванный спортсмен выполнил норму. Найти вероятность того, что он – пловец. .
- ((12)) Вероятность появления некоторого события в одном опыте равна 0,6. Какова вероятность того, что событие появится в большинстве из 60 независимых опытов? Ответ округлить до трех знаков после запятой.

ВАРИАНТ 7.

- ((1)) Для выяснения качества семян было отобрано и высеяно в лабораторных условиях 1000 штук. 980 семян дали нормальный всход. Найдите частоту нормального всхода семян.
- ((2)) Из натуральных чисел от 1 до 18 наугад выбирается одно. Какова вероятность того, что это число не является делителем числа 18?
- ((3)) Брошено два игральных кубика. Какова вероятность того, что хотя бы на одном из них выпадет два очка?
- ((4)) В группе 9 студентов, среди которых 3 отличника. По списку наугад отобрано 5 студентов. Какова вероятность того, что среди отобранных студентов 2 отличника?
- ((5)) На сборку попадают детали с 3 станков. Известно, что первый станок дает 0,3 % брака, второй – 0,2 % и третий – 0,4 %. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого станка поступило 1000 деталей, со второго – 2000 деталей и с третьего – 2500 деталей.
- ((6)) На книжной полке в произвольном порядке расставлено 3 учебника по математике и 4 учебника по физике. Найти вероятность того, что учебники по одному предмету будут стоять рядом.
- ((7)) Отрезок АВ разделен точкой С в отношении 2:3. На этот отрезок наугад брошено три точки. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки С, а одна правее нее. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорционально длине отрезка и не зависит от его расположения.
- ((8)) Один из трех стрелков вызывается на линию огня и производит выстрел. Цель поражена. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,3, для второго – 0,5, для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что выстрел произведен третьим стрелком.
- ((9)) Отдел технического контроля проверяет партию из 10 изделий. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,75. Найти наименее вероятное число изделий, которые будут признаны стандартными.
- ((10)) Игральный кубик бросают до тех пор, пока не выпадет единица. Какова вероятность того, что единица первый раз выпадет при третьем броске?
- ((11)) Имеется три урны. В первой урне находится 2 белых и 3 черных шара, а во второй и третьей урнах находится по 3 белых и 1 черному шару. Наугад выбирается урна и из нее наугад извлекается шар. Какова вероятность того, что была выбрана первая урна, если извлеченный шар оказался белым?
- ((12)) Вероятность изготовления стандартной детали на автомате равна 0,95. Изготовлена партия в 200 деталей. Найти наиболее вероятное число

нестандартных деталей в этой партии. Найти вероятность этого количества нестандартных деталей.

ВАРИАНТ 8.

- (1) 10 спортсменов разыгрывают одну золотую, одну серебряную и одну бронзовую медали. Сколькими способами эти медали могут быть распределены между спортсменами?
- (2) Брошено три монеты. Найти вероятность того, что не всех трех выпадет герб.
- (3) Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле первым стрелком равна 0,6, а вторым – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один из стрелков.
- (4) В урне находится три белых и четыре черных шара. Из урны наугад достают три шара. Какова вероятность того, что среди них два белых и один черный шар?
- (5) В урне находится пять шаров с номерами от 1 до 5. Из урны два раза наугад извлекают по одному шару и каждый раз возвращают их обратно. Найти вероятность того, что оба раза были извлечены шары с одним и тем же номером.
- (6) Брошено четыре игральных кубика. Найти вероятность того, что выпадет 1, 2, 3 и 4 очка в любом порядке.
- (7) Производится три независимых опыта, в каждом из которых событие A может произойти с вероятностью 0,4. Событие B наступает с вероятностью 1, если событие A произошло три раза, с вероятностью 0,5, если событие A произошло два раза и не может наступить, если событие A произошло менее двух раз. Найти вероятность наступления события B .
- (8) Два студента условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами дня. Пришедши первым, ждет второго в течение 20 минут, после чего уходит. Какова вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент может прийти в любой момент времени от 12 до 13 часов?
- (9) На столе стоит 7 ящиков, в двух из которых находятся призы, а остальные пустые. Игрок может выбрать два ящика. Найти вероятность того, что в обоих выбранных игроком ящиках находятся призы.
- (10) В первой урне находится 3 белых, 2 черных и 4 красных шаров, а во второй урне находится 2 белых, 4 черных и 3 красных шара. Из обеих урн наугад извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что они оба одного цвета?
- (11) На складе имеется 12 изделий, изготовленных на заводе №1, 8 изделий, изготовленных на заводе №2 и 10 изделий, изготовленных на заводе №3. Вероятности того, деталь, изготовленная на заводах №1, №2 и №3, отличного качества, соответственно равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятность того, что наугад

взятая со склада деталь окажется отличного качества. Ответ округлить до трех знаков после запятой.

((12)) В некоторой местности в среднем на каждые 100 выращенных арбузов приходится один весом более 10 кг. Найти вероятность того, что в партии из 400 арбузов, выращенных в этой местности, будет ровно три арбуза весом более 10 кг. Ответ округлить до трех знаков после запятой.

ВАРИАНТ 9.

((1)) Сколько существует трёхзначных чисел, все цифры которых различны

((2)) Брошено два игральных кубика. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна семи.

((3)) Монета брошена три раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз выпадет герб.

((4)) В группе 10 студентов, среди которых 4 отличника. По списку наугад отобрано 5 студентов. Какова вероятность того, что среди отобранных студентов 3 отличника?

((5)) В студенческой лотерее на 100 билетов приходится 5 денежных и 5 вещевых выигрышей. Студент приобрёл 2 билета. Какова вероятность, что он выиграл и вещь и деньги?

((6)) Найти вероятность того, что событие A появится два раза в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна 0,4.

((7)) Плоскость разграфлена параллельными прямыми, находящимися друг от друга на расстоянии a . На плоскость наугад брошена монета радиуса $a/3$. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из прямых.

((8)) Среди 50 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наугад выбранных билета окажутся выигрышными.

((9)) Шесть пассажиров наугад садятся в два трамвайных вагона. Найти вероятность того, что в каждый вагон сядет по три пассажира.

((10)) В первой урне находится 3 белых, 4 черных и 5 красных шаров, а во второй урне находится 4 белых, 2 черных и 3 красных шара. Из обеих урн наугад извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что они оба одного цвета?

((11)) Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, наугад извлекают два шара и добавляют в урну один белый шар. Найти вероятность того, что после этого наугад извлеченный из урны шар окажется белым.

((12)) Монету бросают 900 раз. Найти вероятность того, что относительная частота появления герба отклонится от его вероятности по абсолютной величине не более чем на 0,01.

ВАРИАНТ 10.

- ((1)) Какова вероятность того, что в наудачу выбранном двузначном числе цифры одинаковы?
- ((2)) Из натуральных чисел от 1 до 30 наугад выбирается одно. Какова вероятность того, что это число является делителем числа 30?
- ((3)) Брошено два игральных кубика. Найти вероятность того, что хотя бы на одном кубике выпадет шесть очков.
- ((4)) В урне находится три белых и два черных шара. Из урны наугад достают три шара. Какова вероятность того, что среди них два белых и один черный шар?
- ((5)) На книжной полке в произвольном порядке расставлено 4 учебника по математике и 3 учебника по физике. Найти вероятность того, что учебники по одному предмету будут стоять рядом.
- ((6)) Студент знает 20 из 25 экзаменационных вопросов. Какова вероятность того, что он ответит на три предложенных ему экзаменатором вопроса?
- ((7)) Событие В появится в случае, если событие А наступит не менее трех раз. Найти вероятность наступления события В, если будет произведено четыре независимых испытания, в каждом из которых вероятность наступления события А равна 0,8.
- ((8)) Внутри круга радиуса R наугад брошена точка. Какова вероятность того, что точка окажется внутри вписанного в круг квадрата?
- ((9)) Брошено три игральных кубика. Найти вероятность того, что выпадет два, четыре и шесть очков безразлично в каком порядке.
- ((10)) Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, наугад извлекают без возвращения два раза по два шара. Какова вероятность того, что каждый раз извлекалась пара шаров разного цвета?
- ((11)) Известно, что 96% выпускаемой продукции удовлетворяет стандарту. Существующая схема контроля признает стандартную стандартную продукцию с вероятностью 0,98 и нестандартную – с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие, прошедшее контроль, удовлетворяет стандарту. Ответ округлить до четырех знаков после запятой
- ((12)) Вероятность появления события А в каждом из 21 независимых испытаний равна 0,7. Найти вероятность того, что событие А появится в большинстве испытаний.

ВАРИАНТ 11.

- ((1)) Сколькими способами можно выбрать конверт из 5 видов с марками 4-х видов для посылки письма? $5 \cdot 4 = 20$.
- ((2)) Брошено два игральных кубика. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков равна шести.
- ((3)) Вероятность наступления события A в одном испытании равна $1/3$. Какова вероятность того, что событие A наступит хотя бы один раз в трех независимых испытаниях?
- ((4)) В ящике находится 8 одинаковых деталей, среди которых 3 бракованных. Наугад извлечены 3 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей будет одна бракованная.
- ((5)) В лифт на первом этаже семиэтажного дома вошло три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью может выйти на любом этаже, начиная со второго. Какова вероятность того, что все трое выйдут на одном и том же этаже?
- ((6)) 1% деталей, которые изготавливаются на заводе, бракованные. Среди качественных деталей 60% высшего сорта. Найти вероятность того, что взятая наугад деталь будет высшего сорта.
- ((7)) На плоскость с нанесенной квадратной сеткой со стороной a наугад брошена монета радиуса $a/3$. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из сторон квадрата.
- ((8)) В урне имеется пять шаров с номерами от 1 до 5. Наугад по одному извлекают три шара без возвращения. Какова вероятность того, что последовательно появятся шары с номерами 5, 3 и 1?
- ((9)) Отрезок AB разделен точкой C в отношении 2:1. На этот отрезок наугад брошено четыре точки. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки C , а две правее нее. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорционально длине отрезка и не зависит от его расположения.
- ((10)) Игральный кубик бросают до тех пор, пока не выпадет шесть очков. Какова вероятность того, что шестерка первый раз выпадет при третьем броске?
- ((11)) Из урны, содержащей 3 белых и 2 черных шара, наугад извлекли 2 шара и переложили в урну, содержащую 4 белых и 4 черных шара. Найти вероятность того, что шар, извлеченный наугад из второй урны, окажется белым.
- ((12)) При приемочном контроле из партии в 1000 штук изделий проводится безвозвратная выборка 50 изделий. Найти вероятность того, что в выборке не окажется дефектных изделий, если во всей партии содержится 4 дефектных изделия. Ответ округлить до трех знаков после запятой.

ВАРИАНТ 12.

- ((1)) Сколькими способами 2 студента могут произвести обмен 5 на 9 книг одна на одну?
- ((2)) Брошено два игральных кубика. Какова вероятность того, что модуль разности выпавших очков равен двум?
- ((3)) В группе учатся 6 ребят и 2 девушки. Из них наугад отобрано 4 студента. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов двое ребят и две девушки.
- ((4)) Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле первым стрелком равна 0,6, а вторым – 0,7. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один из стрелков.
- ((5)) В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в твердом переплете. Библиотекарь наугад взяла два учебника. Какова вероятность того, что оба учебника окажутся в твердом переплете?
- ((6)) 1 сентября на первом курсе одного из факультетов запланированы по расписанию три лекции из 10 различных предметов. Студент, не успевший ознакомиться с расписанием, пытается его угадать. Какова вероятность успеха в данном эксперименте, если считать, что любое расписание из трех предметов равновозможно.
- ((7)) В урне находится 4 белых, 3 красных и 2 синих шара. Из урны наугад извлекают без возвращения два шара. Какова вероятность того, что они разного цвета?
- ((8)) Отрезок разделен на две равные части. На этот отрезок наугад брошено четыре точки. Найти вероятность того, что на каждую из двух частей отрезка попадет по две точки. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.
- ((9)) В комнате 3 лампочки. Для каждой лампочки вероятность того, что она не перегорит на протяжении года, равна $5/6$. Какова вероятность того, что на протяжении года будет заменено не больше одной лампочки?
- ((10)) В урне находится 4 белых, 3 красных и 2 синих шара. Из урны наугад извлекают без возвращения два шара. Какова вероятность того, что они разного цвета?
- ((11)) Три стрелка произвели залп, причем только одна пуля поразила мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразил мишень, если вероятности попадания при одном выстреле в мишень первым, вторым и третьим стрелками соответственно равны 0,6; 0,5 и 0,4.
- ((12)) Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность 1-го автомата вдвое больше производительности 2-го. 1-й автомат производит в среднем 60 %, а второй — 84 %. Найдите вероятность того, что деталь, взятая с

конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена 1-м автоматом;

ВАРИАНТ 13.

- ((1)) В барабане револьвера 7 гнезд и вставлено 5 патронов. Дважды барабан наугад прокручивается, и каждый раз нажимается курок. Какова вероятность, что выстрела не будет?
- ((2)) Из натуральных чисел от 1 до 24 наугад выбирается одно. Какова вероятность того, что это число является делителем числа 24?
- ((3)) Брошено три монеты. Найти вероятность того, что хотя бы на одной монете выпадет герб.
- ((4)) В ящике находится 8 одинаковых деталей, из которых 5 бракованных. Из ящика наугад достают 3 детали. Какова вероятность того, что среди извлеченных деталей 2 бракованных?
- ((5)) Контролер проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,8. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.
- ((6)) В лотерее выпущено 10 000 билетов, из которых 10 билетов с выигрышем в 2 000 гр., 50 билетов с выигрышем в 1 000 гр., 100 билетов с выигрышем 500 гр. и 300 билетов с выигрышем в 100 гр. Какова вероятность, купив один билет, выиграть не меньше 1 000 гр.?
- ((7)) Имеются три одинаковые урны с шарами. В первой из них 3 белых и 4 черных шара, во второй – 2 белых и 5 черных, в третьей – 10 черных шаров. Из случайно выбранной урны наудачу вынут шар. Найти вероятность того, что он белый.
- ((8)) Шесть пассажиров наугад садятся в два трамвайных вагона. Найти вероятность того, что в один вагон сядет четыре пассажира, а во второй сядет два пассажира.
- ((9)) Событие А появится в случае, если событие В наступит не менее двух раз. Найти вероятность наступления события А, если будет произведено три независимых испытания, в каждом из которых вероятность наступления события В равна 0,6.
- ((10)) Монету бросают до тех пор, пока не выпадет герб. Какова вероятность того, что герб выпадет в первый раз на четвертом броске?
- ((11)) В урне 3 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимают наугад два шара. Найти вероятность того, что эти шары не одного цвета.
- ((12)) При установившемся технологическом процессе цех выпускает в среднем 80 % продукции первого сорта. Какова вероятность того, что в партии из 125 изделий будет не менее 100 изделий первого сорта?

ВАРИАНТ 14.

- ((1)) В барабане револьвера 7 гнезд и вставлено 5 патронов. Дважды барабан наугад прокручивается, и каждый раз нажимается курок. Какова вероятность, что выстрела не будет?
- ((2)) Брошено два игральные кубика. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков равна восьми, а модуль разности равен двум.
- ((3)) Игральная кость подбрасывается 5 раз. Найти вероятность того, что два раза появится число очков, кратное трем.
- ((4)) Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле первым стрелком равна 0,7, а вторым – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один из стрелков.
- ((5)) На книжной полке в произвольном порядке стоит 10 книг, из которых три по математике. Найти вероятность того, все три книги по математике стоят рядом.
- ((6)) Игральный кубик бросают три раза. Найти вероятность того, что шесть очков выпадет только один раз.
- ((7)) В коробке 6 белых шаров и 8 красных. Наудачу одновременно извлекаются 3 шара. Найти вероятность, того, что среди них будут два белых шара;
- ((8)) Брошено три монеты. Найти вероятность того, что гербов выпадет больше, чем цифр.
- ((9)) В лифт на первом этаже семиэтажного дома вошло три человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью может выйти на любом этаже, начиная со второго. Какова вероятность того, что все пассажиры выйдут на разных этажах?
- ((10)) В первой урне находится 3 белых, 4 черных и 5 красных шаров, а во второй урне находится 4 белых, 2 черных и 3 красных шара. Из обеих урн наугад извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что они оба одного цвета?
- ((11)) В группе спортсменов 20 пловцов, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнения квалификационной нормы для пловца равна 0,9, для велосипедиста – 0,8 и для бегуна – 0,75. Наудачу вызванный спортсмен выполнил норму. Найти вероятность того, что он – пловец. .
- ((12)) Вероятность появления некоторого события в одном опыте равна 0,6. Какова вероятность того, что событие появится в большинстве из 60 независимых опытов? Ответ округлить до трех знаков после запятой.

ВАРИАНТ 15.

- ((1)) Для выяснения качества семян было отобрано и высеяно в лабораторных условиях 1000 штук. 980 семян дали нормальный всход. Найдите частоту нормального всхода семян.
- ((2)) Из натуральных чисел от 1 до 18 наугад выбирается одно. Какова вероятность того, что это число не является делителем числа 18?
- ((3)) Брошено два игральных кубика. Какова вероятность того, что хотя бы на одном из них выпадет два очка?
- ((4)) В группе 9 студентов, среди которых 3 отличника. По списку наугад отобрано 5 студентов. Какова вероятность того, что среди отобранных студентов 2 отличника?
- ((5)) На сборку попадают детали с 3 станков. Известно, что первый станок дает 0,3 % брака, второй – 0,2 % и третий – 0,4 %. Найти вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого станка поступило 1000 деталей, со второго – 2000 деталей и с третьего – 2500 деталей.
- ((6)) На книжной полке в произвольном порядке расставлено 3 учебника по математике и 4 учебника по физике. Найти вероятность того, что учебники по одному предмету будут стоять рядом.
- ((7)) Отрезок АВ разделен точкой С в отношении 2:3. На этот отрезок наугад брошено три точки. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки С, а одна правее нее. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорционально длине отрезка и не зависит от его расположения.
- ((8)) Один из трех стрелков вызывается на линию огня и производит выстрел. Цель поражена. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,3, для второго – 0,5, для третьего – 0,8. Найти вероятность того, что выстрел произведен третьим стрелком.
- ((9)) Отдел технического контроля проверяет партию из 10 изделий. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,75. Найти наименее вероятное число изделий, которые будут признаны стандартными.
- ((10)) Игральный кубик бросают до тех пор, пока не выпадет единица. Какова вероятность того, что единица первый раз выпадет при третьем броске?
- ((11)) Имеется три урны. В первой урне находится 2 белых и 3 черных шара, а во второй и третьей урнах находится по 3 белых и 1 черному шару. Наугад выбирается урна и из нее наугад извлекается шар. Какова вероятность того, что была выбрана первая урна, если извлеченный шар оказался белым?
- ((12)) Вероятность изготовления стандартной детали на автомате равна 0,95. Изготовлена партия в 200 деталей. Найти наиболее вероятное число

нестандартных деталей в этой партии. Найти вероятность этого количества нестандартных деталей.

ВАРИАНТ 16.

- (1) 10 спортсменов разыгрывают одну золотую, одну серебряную и одну бронзовую медали. Сколькими способами эти медали могут быть распределены между спортсменами?
- (2) Брошено три монеты. Найти вероятность того, что не всех трех выпадет герб.
- (3) Два стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле первым стрелком равна 0,6, а вторым – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один из стрелков.
- (4) В урне находится три белых и четыре черных шара. Из урны наугад достают три шара. Какова вероятность того, что среди них два белых и один черный шар?
- (5) В урне находится пять шаров с номерами от 1 до 5. Из урны два раза наугад извлекают по одному шару и каждый раз возвращают их обратно. Найти вероятность того, что оба раза были извлечены шары с одним и тем же номером.
- (6) Брошено четыре игральных кубика. Найти вероятность того, что выпадет 1, 2, 3 и 4 очка в любом порядке.
- (7) Производится три независимых опыта, в каждом из которых событие А может произойти с вероятностью 0,4. Событие В наступает с вероятностью 1, если событие А произошло три раза, с вероятностью 0,5, если событие А произошло два раза и не может наступить, если событие А произошло менее двух раз. Найти вероятность наступления события В.
- (8) Два студента условились встретиться в определенном месте между 12 и 13 часами дня. Пришедши первым, ждет второго в течение 20 минут, после чего уходит. Какова вероятность того, что встреча состоится, если каждый студент может прийти в любой момент времени от 12 до 13 часов?
- (9) На столе стоит 7 ящиков, в двух из которых находятся призы, а остальные пустые. Игрок может выбрать два ящика. Найти вероятность того, что в обоих выбранных игроком ящиках находятся призы.
- (10) В первой урне находится 3 белых, 2 черных и 4 красных шаров, а во второй урне находится 2 белых, 4 черных и 3 красных шара. Из обеих урн наугад извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что они оба одного цвета?
- (11) На складе имеется 12 изделий, изготовленных на заводе №1, 8 изделий, изготовленных на заводе №2 и 10 изделий, изготовленных на заводе №3. Вероятности того, деталь, изготовленная на заводах №1, №2 и №3, отличного качества, соответственно равны 0,9; 0,8 и 0,7. Найти вероятность того, что наугад

взятая со склада деталь окажется отличного качества. Ответ округлить до трех знаков после запятой.

((12)) В некоторой местности в среднем на каждые 100 выращенных арбузов приходится один весом более 10 кг. Найти вероятность того, что в партии из 400 арбузов, выращенных в этой местности, будет ровно три арбуза весом более 10 кг. Ответ округлить до трех знаков после запятой.

Примеры решения задач.

1.1. Классическая вероятность. Комбинаторный анализ..

Задача 1

Из букв разрезанной азбуки составлено слово «книга». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал это слово и собрал его наудачу. Какова вероятность того, что снова получилось слово «книга»?

РЕШЕНИЕ. Общее число возможных элементарных исходов опыта равно числу перестановок из 5 элементов P_5 , а число исходов, благоприятствующих событию, равно единице, так как при единственном порядке букв можно прочесть слово «книга». Искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{P_5} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{120}.$$

ВЫВОД: При многочисленном повторении опыта примерно один раз на 120 случаев читаем слово «книга». Например, если повторить опыт 1000 раз, то примерно в 8-ми – 9-ти случаях прочтем слово «книга».

Задача 2

В комитет союза избрали 9 человек. Из них нужно выбрать секретаря и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

РЕШЕНИЕ. Из множества, содержащего 9 различных элементов, выбираются два элемента. Порядок существенен (например, выборы a_1 - секретарь, a_2 - заместитель и a_2 - секретарь, a_1 - заместитель, состоящие из одних в же элементов, различны). Элементы не могут повторяться. Следовательно, необходимо найти число размещений из 9 элементов по два,

т.е.
$$A_9^2 = \frac{9!}{7!} = 8 \cdot 9 = 72$$

Задача 3

Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры, и помня, что

они разные, набрал их наудачу. Какова вероятность того, что он набрал нужный номер?

РЕШЕНИЕ. Общее число всевозможных исходов опыта равно числу размещений из 10 по 2, т.е. $n = A_{10}^2 = 10 \cdot 9$. Число исходов, благоприятствующих событию, равно единице. Искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{A_{10}^2} = \frac{1}{10 \cdot 9} = \frac{1}{90}.$$

ВЫВОД: При большом числе опытов частота события будет колеблется приближаться к постоянной $\frac{1}{90}$.

Задача 4

В ящике имеется 15 сверл, 8 из них высшего качества. Наудачу взяли 3 сверла. Найти вероятность того, что все 3 взятые сверла окажутся высшего качества.

РЕШЕНИЕ. Так как порядок здесь роли не играет, то общее число всевозможных исходов будет равно числу сочетаний из 15 по 3, т.е. $n = C_{15}^3$, а число благоприятствующих событию исходов равно тоже числу сочетаний из 8 по 3 (8 сверл высшего качества, любая комбинация из 8 по 3 будет благоприятствовать выполнению события). Искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_8^3}{C_{15}^3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13} = \frac{8}{65}.$$

ВЫВОД: На каждые 65 опытов, каждый из которых состоит в случайном отборе трех сверл, примерно 8 опытов будут такими, когда взятые сверла окажутся высшего качества.

Задача 5

В группе 24 студента. На конференцию нужно выбрать трех представителей. Сколько для этого существует способов?

РЕШЕНИЕ. Так как порядок, в котором происходит выбор представителей роли не играет, то количество способов равно:

$$C_{24}^3 = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2024.$$

Задача 6

В группе 15 студентов, 8 из них отличники. Наудачу (по списку) вызвали 6 студентов. Найти вероятность того, что 4 студента из вызванных окажутся

отличниками.

РЕШЕНИЕ. Число всевозможных исходов опыта здесь также равно числу сочетаний из 15 по 6, (порядок вызова роли не играет) $n = C_{15}^6$. Число благоприятствующих исходов здесь находится несколько сложнее. Благоприятной считаем такую комбинацию, в которой 4 студента отличники (любые), а 2 – нет, 4 отличника можно выбрать из 8 отличников C_8^4 способами, при этом остальные $6-4=2$ студента (не отличники) выбираем из $15-8=7$ студентов C_7^2 способами.

Если в каждой четверке отличников присоединить одну из C_7^2 пар студентов, не отличников, то получим «благоприятные» группы из 6 человек. Их число равно $m = C_8^4 \cdot C_7^2$. Искомая вероятность:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_8^4 \cdot C_7^2}{C_{15}^6} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10} = \frac{70}{13 \cdot 11} = \frac{70}{143}.$$

Задача 7

В партии из 100 деталей 90 стандартных и 10 бракованных. Наугад выбираем 3 детали. Какова вероятность, что среди них точно 2 детали стандартны?

РЕШЕНИЕ. Всего существует $n = C_{100}^3$ способа, чтобы из 100 деталей извлечь 3, не учитывая порядок извлечения. Нам необходимо найти количество способов, при которых 2 детали извлекаются из 90 годных и одна - из 10 бракованных. Таких способов, $m = C_{90}^2 C_{10}^1$. Следовательно, искомая вероятность равна

$$P = \frac{C_{90}^2 C_{10}^1}{C_{100}^3} = \frac{267}{1078}$$

1.2. Геометрическая вероятность.

Задача 1

В квадрате со стороной $2a$ наугад выбирается точка. Какова вероятность, что она попадет в круг радиуса r ($r \leq a$) с центром в центре квадрата?

РЕШЕНИЕ. В данном примере Ω - квадрат, площадь которого равна $4a^2$. Согласно геометрическому определению, искомая вероятность равна отношению площадей, т.е.

$$\pi r^2 / 4a^2$$

1.2. Основные теоремы теории вероятностей

Задача 1

При увеличении напряжения в 2 раза соответственно с вероятностями 0,3; 0,4; 0,6; может произойти разрыв электрической цепи вследствие выхода из строя одного из трех последовательно соединенных элементов. Определить вероятность того, что при этом не будет разрыва в цепи. Как изменится искомая вероятность, если не будет первого элемента?

РЕШЕНИЕ. Найдем вероятность того, что не будет разрыва цепи $P(A)$, По условию задачи $P(A_1) = 0,3$, $P(A_2) = 0,4$, $P(A_3) = 0,6$. Разрыва цепи не будет, если не выйдут из строя все три элемента (и I-ый, и II-ой, и III-й). События A_1 , A_2 , A_3 независимые, значит

$$P(A) = P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,7 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = 0,168.$$

Если не будет первого элемента, то искомая вероятность (невыхода из строя и II-го и III-го элементов) равна:

$$P(B) = P(\bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) = P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,6 \cdot 0,4 = 0,24.$$

Вероятность того, что в цепи не будет разрыва, возросла.

Задача 2

Вероятность того, что книга имеется в фондах первой библиотеки, равна 0,5; в фондах второй – 0,7; в фондах третьей – 0,4. Определить вероятность наличия книги в фондах:

хотя бы одной библиотеки (соб. A);

только одной библиотеки (соб. B).

РЕШЕНИЕ. Вероятность события A проще находить через вероятность противоположного события. Пусть \bar{A} - книги нет ни в одной библиотеке. По условию $P(A_1) = 0,5$; $P(A_2) = 0,7$; $P(A_3) = 0,4$. Тогда

$$P(\bar{A}_1) = 1 - 0,5 = 0,5; \quad P(\bar{A}_2) = 1 - 0,7 = 0,3; \quad P(\bar{A}_3) = 1 - 0,4 = 0,6;$$

$$P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,6 = 0,09.$$

События A_1 , A_2 , A_3 совместны, так как книга может оказаться по всех библиотеках. Значит событие A заключается в том, что книга имеется в любой одной, двух или всех трех библиотеках, то есть

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,09 = 0,91.$$

Наличие книги только в одной библиотеке (событие B) заключается в том, что книга имеется в первой библиотеке, и тогда ее нет в остальных двух и т.д.

$$B = A_1\bar{A}_2\bar{A}_3 + \bar{A}_1A_2\bar{A}_3 + \bar{A}_1\bar{A}_2A_3.$$

События – слагаемые несовместны, а события – множители независимые. Тогда

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1\bar{A}_2\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1A_2\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3) = \\ &= P(A_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) = \\ &= 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,6 + 0,7 \cdot 0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = 0,36. \end{aligned}$$

Вероятность наличия книги в фонде только одной библиотеки значительно меньше, так как требования более жесткие.

Задача 3

В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить норму для каждого спортсмена равна соответственно 0,9; 0,8; 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, вызванный наудачу, выполнит норму.

РЕШЕНИЕ. Может оказаться три случая (гипотезы):

B_1 - вызванный спортсмен окажется лыжником;

B_2 - вызванный спортсмен окажется велосипедистом;

B_3 - вызванный спортсмен окажется бегуном.

Всего спортсменов 30, следовательно, вероятности гипотез равны:

$$P(B_1) = \frac{20}{30}; P(B_2) = \frac{6}{30}; P(B_3) = \frac{4}{30}.$$

Убедимся, что совокупность гипотез составляет полную группу событий:

$$\frac{20}{30} + \frac{6}{30} + \frac{4}{30} = 1.$$

Пусть A – событие, состоит в том, что спортсмен, вызванный наудачу, выполнит норму. Это событие наступит одновременно с наступлением одной из трех гипотез. Условные вероятности равны:

$$P(A/B_1) = 0,9; P(A/B_2) = 0,8; P(A/B_3) = 0,75.$$

По формуле полной вероятности:

$$A = A \cdot B_1 + A \cdot B_2 + A \cdot B_3,$$

$$P(A) = P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2) + P(B_3)P(A/B_3) =$$

$$= 0,9 \cdot \frac{20}{30} + 0,8 \cdot \frac{6}{30} + 0,75 \cdot \frac{4}{30} = \frac{18 + 4,8 + 3}{30} = \frac{27,8}{30} = 0,86$$

О т в е т: $P(A) = 0,86$.

Задача 4

Используем условие задачи 3, но теперь известно, что некий спортсмен, вызванный наудачу, выполнил норму. Найти вероятность того, что этот спортсмен

а) лыжник (соб. B_1); б) велосипедист (соб. B_2); в) бегун (соб. B_3).

РЕШЕНИЕ. Возможны те же три гипотезы B_1, B_2, B_3 , которые имели место в задаче 3. Но теперь известно, что событие A свершилось. Необходимо переоценить вероятности гипотез по формуле Байеса:

$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1)P(A/B_1)}{P(A)} = \frac{20 \cdot 0,9}{30 \cdot 0,86} = \frac{60}{86},$$

$$P(B_2/A) = \frac{P(B_2)P(A/B_2)}{P(A)} = \frac{0,8 \cdot 6}{30 \cdot 0,86} = \frac{16}{86},$$

$$P(B_3/A) = \frac{P(B_3)P(A/B_3)}{P(A)} = \frac{0,75 \cdot 4}{30 \cdot 0,86} = \frac{10}{86}.$$

$$\text{Проверка: } P(B_1/A) + P(B_2/A) + P(B_3/A) = \frac{86}{86} = 1.$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Формула Байеса является следствием формулы полной вероятности и уточняет апостериорные вероятности гипотез если, известно, что в результате опыта событие A наступило.

1.3. Схема повторных испытаний

Задача 1

Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,8. Какова вероятность того, что при 5 выстрелах цель будет поражена 3 раза?

Р е ш е н и е Мы находимся в условиях формулы Бернулли.

Здесь $n = 5$, $k = 3$, $p = 0,8$, $q = 1 - p = 0,2$. По формуле Бернулли находим

$$P_5(3) = C_5^3 (0,8)^3 (0,2)^2 = 0,205.$$

Задача 2

Станок – автомат штампует детали. Вероятность того, что деталь окажется

бракованной, равна 0,02. Какова вероятность того, что на 200 деталей 5 окажутся бракованными?

РЕШЕНИЕ. Здесь n – велико, а p – мало, $\lambda = np = 4$, $m = 5$.

Можно применить формулу «редких» событий Пуассона :

$$P_n(m) \approx \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!} \quad \text{или} \quad P_{200}(5) \approx \frac{4^5 e^{-4}}{5!} \cong 0,157.$$

Задача 3

Радиоаппаратура состоит из 730 элементов. Вероятность отказа одного элемента за время T равна $1/365$ и не зависит от состояния других элементов. Найти вероятность отказа 3-х элементов за время T .

РЕШЕНИЕ. $n = 730$ (велико!) $m = 3$; $p = \frac{1}{365}$; $q = 1 - p = \frac{364}{365}$.

Применим локальную теорему Лапласа:

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot f(x); \quad x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}; \quad \text{где} \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-x^2/2}$$

$$P_{730}(3) = \frac{1}{\sqrt{730 \cdot \frac{1}{365} \cdot \frac{364}{365}}} \cdot \varphi(x). \quad \text{Так как}$$

$$x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}} = \frac{3 - 730 \cdot \frac{1}{365}}{\sqrt{730 \cdot \frac{1}{365} \cdot \frac{364}{365}}} \approx 1,43, \text{ то}$$

$$P_{730}(3) = \frac{1}{0,7} \varphi(1,43) = \frac{0,1435}{0,7} = 0,20.$$

Задача 4

Визуальное наблюдение искусственного спутника Земли возможно в данном пункте с вероятностью $p = 0,1$ (отсутствует облачность) каждый раз, как он пролетает над этим пунктом. Сколько раз должен пролететь спутник над пунктом наблюдения, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,9975 удалось сделать не менее пяти наблюдений?

РЕШЕНИЕ. $p = 0,1$; $q = 0,9$; $k_1 = 5$; $k_2 = n$.

Мы находимся в условиях интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

$$P_n(m_1, m_2) = P(m_1 \leq m \leq m_2) \approx \Phi\left(\frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}\right),$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} e^{-x^2/2} dx$$

Необходимо найти правый конец интервала n , если вероятность попадания в этот интервал известна.

$$P(5 < x < n) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \text{ где}$$

$$x_2 = \frac{n - np}{\sqrt{npq}} = \frac{nq}{\sqrt{npq}} = \sqrt{\frac{nq}{p}} = 3\sqrt{n};$$

при $n > 5$, $3\sqrt{n} > 5$ и $\Phi(3\sqrt{n}) \approx 0,5$ имеем:

$$x_1 = \frac{5 - n \cdot 0,1}{\sqrt{n \cdot 0,09}} = \frac{50 - n}{3\sqrt{n}};$$

$$\Phi(x_2) - \Phi(x_1) \geq 0,9975;$$

$$0,5 - \Phi\left(\frac{50 - n}{3\sqrt{n}}\right) \geq 0,9975; \quad \Phi\left(\frac{n - 50}{3\sqrt{n}}\right) \geq 0,4975;$$

$$\frac{n - 50}{3\sqrt{n}} \geq 2,8. \text{ Решая это неравенство, получаем } n \geq 157.$$

Литература

1. В.Е. Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика.-М.: Выс.шк.-1972.
2. В.Е.Гмурман. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.-М.: Выс.шк.-1970.
3. Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. Теория вероятностей.-М.: Наука.-1969.
4. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей, М., Наука, 1965
5. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1987.
6. Бочаров П.П., Печинкин А. В. Теория вероятностей. Математическая статистика. М.: Гардарика, 1998, 328 с.

Приложение 1 Значения* функции Гаусса

$$\text{Значения* функции } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3980	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1845	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0033	0024	0017	0012	0009	0006	0004	0003	0002
4,0	0001	0001	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

* Все значения умножены на 10 000.

Приложение 2 Значения* функции Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

X	Φ(x)	X	Φ(x)	X	Φ(x)	X	Φ(x)
0.00	0.0000	0.33	0.1293	0.66	0.2454	0.99	0.3389
0.01	0.0040	0.34	0.1331	0.67	0.2486	1.00	0.3413
0.02	0.0080	0.35	0.1368	0.68	0.2517	1.01	0.3438
0.03	0.0120	0.36	0.1406	0.69	0.2549	1.02	0.3461
0.04	0.0160	0.37	0.443	0.70	0.2580	1.03	0.3485
0.05	0.0199	0.38	0.1480	0.71	0.2611	1.04	0.3508
0.06	0.0239	0.39	0.1517	0.72	0.2642	1.05	0.3531
0.07	0.0279	0.40	0.1554	0.73	0.2673	1.06	0.3554
0.08	0.0319	0.41	0.1591	0.74	0.2703	1.07	0.3577
0.09	0.0359	0.42	0.1628	0.75	0.2734	1.08	0.3599
0.10	0.0398	0.43	0.1664	0.76	0.2764	1.09	0.3621
0.11	0.0438	0.44	0.1700	0.77	0.2794	1.10	0.3643
0.12	0.0478	0.45	0.1736	0.78	0.2823	1.11	0.3665
0.13	0.0517	0.46	0.1772	0.79	0.2852	1.12	0.3686
0.14	0.0557	0.47	0.1808	0.80	0.2881	1.13	0.3708
0.15	0.0596	0.48	0.1844	0.81	0.2910	1.14	0.3729
0.16	0.0636	0.49	0.1879	0.82	0.2939	1.15	0.3749
0.17	0.0675	0.50	0.1915	0.83	0.2967	1.16	0.3770
0.18	0.0714	0.51	0.1950	0.84	0.2995	1.17	0.3790
0.19	0.0753	0.52	0.1985	0.85	0.3023	1.18	0.3810
0.20	0.0793	0.53	0.2019	0.86	0.3051	1.19	0.3830
0.21	0.0832	0.54	0.2054	0.87	0.3078	1.20	0.3849
0.22	0.0871	0.55	0.2088	0.88	0.3106	1.21	0.3869
0.23	0.0910	0.56	0.2123	0.89	0.3133	1.22	0.3883
0.24	0.0948	0.57	0.2157	0.90	0.3159	1.23	0.3907
0.25	0.0987	0.58	0.2190	0.91	0.3186	1.24	0.3925
0.26	0.1026	0.59	0.2224	0.92	0.3212	1.25	0.3944
0.27	0.1064	0.60	0.2257	0.93	0.3238	1.26	0.3962
0.28	0.1103	0.61	0.2291	0.94	0.3264	1.27	0.3980
0.29	0.1141	0.62	0.2324	0.95	0.3289	1.28	0.3997

X	$\Phi(x)$	X	$\Phi(x)$	X	$\Phi(x)$	X	$\Phi(x)$
1.32	0.4066	1.69	0.4545	2.12	0.4830	2.86	0.4979
1.33	0.4082	1.70	0.4554	2.14	0.4838	2.88	0.4980
1.34	0.4099	1.71	0.4564	2.16	0.4846	2.90	0.4981
1.35	0.4115	1.72	0.4573	2.18	0.4854	2.92	0.4982
1.36	0.4131	1.73	0.4582	2.20	0.4861	2.94	0.4984
1.37	0.4137	1.74	0.4591	2.22	0.4868	2.96	0.4985
1.38	0.4162	1.75	0.4599	2.24	0.4875	2.98	0.4986
1.39	0.4177	1.76	0.4608	2.26	0.4881	3.00	0.49865
1.40	0.4192	1.77	0.4616	2.28	0.4887	3.20	0.49931
1.41	0.4207	1.78	0.4625	2.30	0.4893	3.40	0.49966
1.42	0.4222	1.79	0.4633	2.32	0.4898	3.60	0.499841
1.43	0.4236	1.80	0.4641	2.34	0.4904	3.80	0.499928
1.44	0.4251	1.81	0.4649	2.36	0.4909	4.00	0.499968
1.45	0.4265	1.82	0.4656	2.38	0.4913	4.50	0.499997
1.46	0.4279	1.83	0.4664	2.40	0.4918	5.00	0.499997
1.47	0.4292	1.84	0.4671	2.42	0.4922		
1.48	0.4306	1.84	0.4678	2.44	0.4927		
1.49	0.4319	1.86	0.4686	2.46	0.4931		
1.50	0.4332	1.87	0.4693	2.48	0.4934		
1.51	0.4345	1.88	0.4699	2.50	0.4938		
1.52	0.4357	1.89	0.4706	2.52	0.4938		
1.53	0.4370	1.90	0.4713	2.54	0.4945		
1.54	0.4382	1.91	0.4719	2.56	0.4948		
1.55	0.4394	1.92	0.4726	2.58	0.4951		
1.56	0.4406	1.93	0.4732	2.60	0.4953		
1.57	0.4418	1.94	0.4738	2.62	0.4956		
1.58	0.4429	1.95	0.4744	2.64	0.4959		
1.59	0.4441	1.96	0.4750	2.66	0.4961		
1.60	0.4452	1.97	0.4756	2.68	0.4961		
1.61	0.4463	1.98	0.4761	2.70	0.4963		
1.62	0.4474	1.99	0.4767	2.72	0.4965		
1.63	0.4484	2.00	0.4772	2.74	0.4967		
1.64	0.4495	2.02	0.4783	2.76	0.4971		
1.65	0.4505	2.04	0.4793	2.78	0.4973		
1.66	0.4515	2.06	0.4803	2.80	0.4974		
1.68	0.4535	2.10	0.4821	2.84	0.4977		

Приложение 3 Таблица значений функции Пуассона

$$P(X = m) = P_{n,m} \approx \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$$

$m \setminus \lambda$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066
1	0,0905	0,1638	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3596	0,3696
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494
4	–	–	0,0002	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111
5	–	–	–	0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020
6	–	–	–	–	–	–	0,0001	0,0002	0,0003

$m \setminus \lambda$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0055
3	0,0313	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150
4	0,0153	0,0902	0,1618	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337
5	0,0081	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911
7	0,0001	0,0034	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1318
8	–	0,0009	0,0081	0,0298	0,0655	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318
9	–	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,0318
10	–	–	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1180
11	–	–	0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970
12	–	–	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0264	0,0481	0,0728
13	–	–	–	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504
14	–	–	–	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324
15	–	–	–	–	0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194
16	–	–	–	–	–	0,0003	0,0014	0,0045	0,0109
17	–	–	–	–	–	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058
18	–	–	–	–	–	–	0,0002	0,0009	0,0029
19	–	–	–	–	–	–	0,0001	0,0004	0,0014
20	–	–	–	–	–	–	–	0,0002	0,0006
21	–	–	–	–	–	–	–	0,0001	0,0003
22	–	–	–	–	–	–	–	–	0,0001

Приложение 4 Образец титульного листа.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ОДЕССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. И. И. МЕЧНИКОВА

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ЭКОНОМИКИ И МЕХАНИКИ

КАФЕДРА МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Индивидуальное задание №1

ПО КУРСУ

«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Выполнил:

студент IV курса дневного обучения
специальности компьютерная инженерия
Фамилия И. О.

Проверил:

О д е с с а - 2 0 1 5