

УДК 631.459

**О. О. Світличний**, д-р геогр. наук, професор  
Одеський національний університет ім. І. І. Мечникова,  
кафедра фізичної географії і природокористування  
вул. Дворянська, 2, Одеса, 65026, Україна

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ПРОГНОЗ ВОДНОЇ ЕРОЗІЇ ҐРУНТІВ

Розглядається математична модель водної ерозії ґрунтів, що є модифікованим варіантом відомої логіко-математичної моделі поверхнево-схилової ерозії. Надається обґрунтування виконаних модифікацій, кінцевий запис основних виразів моделей зливового і весняного змиву ґрунту і числові значення параметрів для території Українського Причорномор'я. Обговорюються проблеми застосування моделі для протиерозійного проектування.

**Ключові слова:** ерозія ґрунту, математична модель, протиерозійне проектування.

Основою протиерозійного проектування є оцінка ерозійної небезпеки земель, яка визначає стратегію і тактику захисту ґрунтів від ерозійного руйнування, і розрахунок можливого змиву ґрунту при заданому варіанті землекористування, що являє собою один з основних критеріїв оцінки комплексу ґрунтозахисних заходів, який проектується. Рішення цих і цілого ряду інших задач виконується з використанням певної методики (формули) розрахунку ерозійних втрат ґрунту, що спирається на модель ерозійного процесу.

В основі сучасної практики протиерозійного проектування в Україні, як і в цілому в світі, лежать емпіричні, головним чином, фізико-статистичні моделі ерозійних втрат ґрунту, які є значно більш універсальними, ніж формально-статистичні, оскільки характеризуються прагненням до можливо більш повного врахування теоретичних знань про процес, що моделюється. До цієї групи відноситься велика кількість достатньо різних по ступеню обґрунтованості і інформаційної забезпеченості моделей, у тому числі найбільш відома в світі модель змиву ґрунту – так зване Універсальне рівняння втрат ґрунту (USLE), або рівняння Уишмейєра-Сміта, (1958, 1978) і його наступні модифікації (MUSLE, MUSLE87, dUSLE, RUSLE і ін.), а також найбільш відомі в колишньому Радянському Союзі моделі (формули) змиву ґрунту Г. І. Швєбса (1974), І. К. Срібного (1977, 1993), Державного гідрологічного інституту (1979), Г. П. Сурмача (1979), В. Д. Іванова (1979).

Логіко-математична модель змиву ґрунту Г. І. Швєбса є однією з перших і найбільш теоретично і інформаційно (для умов лісостепу і степу України) обґрунтованих моделей ерозійних втрат ґрунту. У повному виді вона була опублікована у 1974 році [12]. В наступні

роки в модель було внесена низка модифікації [5, 15, 7, 8], що дозволили суттєво підвищити адекватність і надійність моделі.

Теоретичний аналіз намулоутворення в умовах яскраво визначеної нестационарності поцесу випадіння зливових опадів, особливостей формування поздовжнього профілю схилів у процесі саморегулювання флювіального рельєфу, а також використання результатів польових експедиційних досліджень і матеріалів стаціонарних спостережень за змивом ґрунту, дозволили обґрунтувати модель рельєфних умов логіко-математичної моделі для схилів довільної довжини і форми [7]. Сучасний варіант логіко-математичної моделі має багаточленну структуру, завдяки чому модель дає можливість урахувувати не тільки середні значення геоморфологічних, ґрунтових, рослинних і господарських факторів ерозійного процесу, але й їх змінення вздовж схилу.

Основні розрахункові вирази модифікованого варіанту моделі зливого змиву мають наступний вигляд.

При  $L < L_a$ :

$$W(L) = K_{ГМ}' \left[ 1.5 j_R(L) I^m(L) L^{0.5} f_a(L) + j_R(L) f_a(L) L^{1.5} \frac{d(I^m(L))}{dL} + I^m(L) f_a(L) L^{1.5} \frac{d(j_R(L))}{dL} + j_R(L) I^m(L) L^{1.5} \frac{d(f_a(L))}{dL} \right], \quad (1)$$

при  $L \geq L_a$ :

$$W(L) = K_{ГМ}' \left[ 1.5 j_R(L_a) I^m(L_a) L_a^{0.5} f_a(L) + j_R(L) f_a(L) L \frac{d(I^m(L))}{dL} + I^m(L) f_a(L) L \frac{d(j_R(L))}{dL} + j_R(L) I^m(L) L \frac{d(f_a(L))}{dL} \right]. \quad (2)$$

де  $W(L)$  — середньорічний модуль зливого змиву ґрунту (т/га) на відстані  $L$  (м) від вододілу;  $K_{ГМ}'$  — норма гідрометеорологічного фактору зливого змиву;  $I$  — ухил схилу;  $j_R$  — відносний показник змиваемости ґрунту;  $f_a$  — фактор агротехніки, рівний добутку  $f_n$  — коефіцієнта ґрунтозахисної ефективності спеціальних агротехнічних протиерозійних заходів, таких як лункування, борознування, щілювання, мульчування і т. ін., та  $f_p$  — коефіцієнта протиерозійної ефективності рослинного покриву;  $L_a$  — довжина привододільної зони зростання інтенсивності намулоутворення;  $LD$  — довжина зони активного намулоутворення (м), в якості якої з метою врахування змінення факторів ерозійного процесу вниз по схилу приймається значення  $L_a$ , що забезпечує максимум першого додатку в квадратних дужках виразів (1)–(2) або для привододільної, або примикаючої до розрахункового створу ділянки схилу.

Ідентифікація моделі (1)–(2) за матеріалами спостережень за змивом ґрунту на Молдавській водно-балансовій станції і Богуславській польової експериментальної гідрологічної бази виконана з використанням модифікованого варіанту гідрометеорологічного фактору ливневого змиву  $K_{ГМ}'$  [15], який більш повно враховує вплив максимальних інтенсивностей дощу на змив ґрунту. В рамках цього варіанту розрахунок гідрометеорологічного фактору для окремого дощу виконується за формулою:

$$k_{ГМ} = 2.6 \cdot 10^{-6} \left[ \sum_{i=1}^N (1 + 17.5A r_i)(r_i - r_{смі})^{2.7} \Delta t_i + \sum_{\xi=1}^{M+1} (1 + 17.5A r_{\xi}) \lambda^{2.7} (r_{\xi-1} - r_{смі\xi-1})^{2.7} \Delta t_{\xi} \right], \quad (3)$$

де  $k_{ГМ}$  — гідрометеорологічний фактор зливогого змиву для окремого дощу;  $r_i$  — середня інтенсивність випадіння опадів (мм/хвил) в межах  $i$ -го інтервалу розрахункового дощу за  $\Delta t_i$  (хвил), для якого виконується умова  $r_i > r_{змів}$ , де  $r_{смі}$  — змивоутворююча інтенсивність (мм/хвил) для  $i$ -го інтервалу,  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ ;  $r_{\xi}$  — середня інтенсивність випадіння опадів в межах інтервалів дощу  $\Delta t_{\xi}$ , для яких інтенсивність опадів менша змивоутворюючої інтенсивності,  $\xi = 1, 2, 3, \dots, M$ ;  $r_{\xi-1}$ ,  $r_{смі\xi-1}$  — інтенсивності дощу і змивоутворення, відповідно, для інтервалів, що попереджують незмивоутворюючим;  $A$  — коефіцієнт, що враховує ґрунтозахисну ефективність сільськогосподарських культур;  $\lambda$  — коефіцієнт, що характеризує зменшення спроможності транспортування потоку і затопленої площі на протязі спаду скилового стоку, в першому наближенні рівний 0.3.

Перший додаток у формулі (3) характеризує змив ґрунту на “елементарному” майданчику (намулоутворення) під час змивоутворюючих тактів дощу, другий — на протязі незмивоутворюючих тактів, а також на спаді скилового стоку. Як показали числові експерименти, вклад другого додатка у величину  $k_{ГМ}$  для злив рідкої повторюваності, які в основному і формують змив, вимірюється декількома відсотками. В зв'язку з цим на практиці при “ручній” лічбі може бути використаний спрощений варіант формули (3), який не включає другого додатка.

Змивоутворююча інтенсивність у (3) визначається за формулою:

$$r_{смі} = 0.08 + 5.92 \exp \left[ -0.151 \left( B_0 + \sum_{\theta=1}^{i-1} \Delta X_{\theta} \right) \right], \quad (4)$$

де  $B_0$  — індекс попереднього зволоження верхнього шару ґрунту Н. Ф. Бефані [1] на початку дощу (мм);  $\Delta X_{\theta}$  — шар опадів (мм) за  $\theta$ -ий інтервал дощу, що передує розрахунковому.

Враховуючи надзвичайно високу мінливість річних сум  $K_{ГМ}'$  (коефіцієнт варіації для окремих метеостанцій досягає 310 %) і обмеженість рядів плевіометричних даних по метеостанціях України, розро-

блений метод [8] територіально-часового узагальнення на основі гіпотези ергодичності. рядів річних сум  $K_{ГМ}'$ , розрахованих за даними спостережень на окремих метеорологічних станціях.

Значення норми (середньобагаторічних величин)  $K_{ГМ}'$  для Українського Причорномор'я, отримані в відповідності з цим методом, наведені у таблиці 1.

Таблиця 1

Значення норми  $K_{ГМ}'$  зливого змиву для Українського Причорномор'я

Код регіону	Регіон	Норма $K_{ГМ}'$	Імовірна помилка, %
А	Узбережжя Чорного моря і Подунав'є	0.0024	15.6
В	Центральні і північні райони Причорноморської низовини	0.0033	10.6
С	Відроги Молдавської, Подільської і Придніпровської височин	0.0051	17.7

Схема районування Українського Причорномор'я за однорідними за гідрометеорологічними умовами формування ливневого змиву приведена на рис. 1. Виділення однорідних регіонів виконане на основі аналізу просторової однорідності умов формування опадів в теплу частину року [4] з урахуванням меж ареалів розповсюдження зональних ґрунтів. Об'єднані просторово-часові сукупності річних сум  $K_{ГМ}'$  налічують: для регіону А — 93, для регіону В — 198, для регіону С — 132 членів, завдяки чому з'явилась можливість отримати розрахункові значення норми  $K_{ГМ}'$  для кожного регіону з достатньо низкою (10.6–17.7%) імовірною помилкою (табл. 1).

Розрахунок довжини зони активного намулоутворення  $L_a$  пропонується виконувати за виразом, отриманим з використанням формули швидкості схилового стікання, розробленої І. К. Срібним [11]:

$$L_a = 0.854k_v m_c^{3/2} (r_{\tau, P\%} \varphi b_c I)^{1/2}, \quad (5)$$

де  $L_a$  — довжина зони зростання інтенсивності намулоутворення, м;  $k_v$  — коефіцієнт форсування, що враховує відмінність швидкостей добігання хвилі стоку і руху матеріальної точки;  $m_c$  — коефіцієнт шорсткості поверхні;  $r_{\tau, P\%}$  — найбільша середня за час активного намулоутворення  $\tau$  (хвилини) інтенсивність дощу (мм/хвил) розрахункової забезпеченості  $P\%$ ;  $\varphi$  — коефіцієнт стоку;  $b_c$  — середня ширина водозборів тимчасової струмкової мережі, м;  $I$  — середній ухил схилу, промілле. Змінні  $m_c$ ,  $\varphi$ ,  $I$ ,  $b_c$  у виразі (5) відносяться до частини схилу довжиною  $L_a$ .

Значення параметрів  $m_c$ ,  $\varphi$ ,  $b_c$  визначаються у відповідності з [6]. Аналіз статистичної структури зливових опадів показав, що для Укра-

їнського Причорномор'я параметр  $\Gamma_t, P\%$  може бути прийнятий постійним і рівним 2.1 мм/хвил.

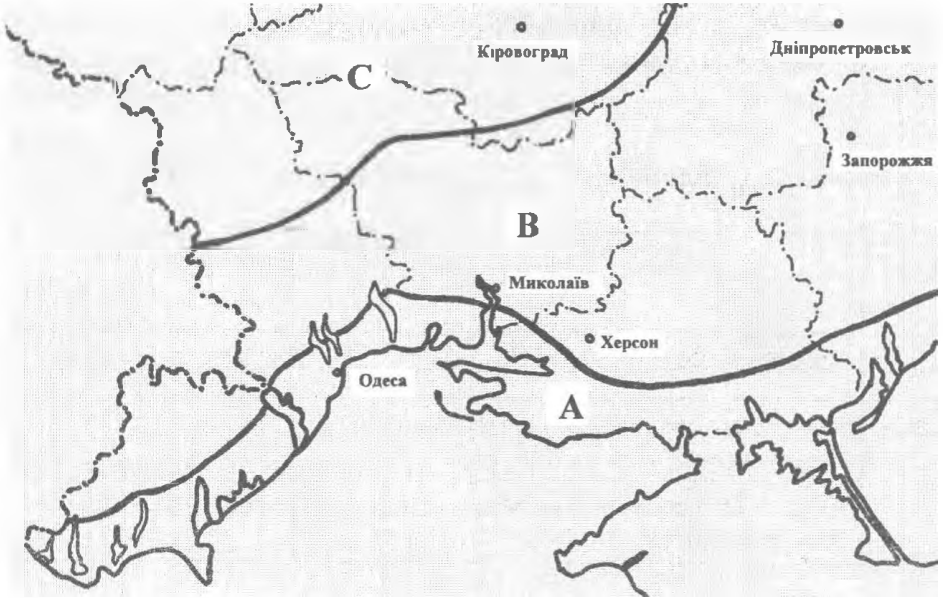


Рис. 1. Карта-схема регіонів гідрометеорологічного фактору зливового змиву ґрунту

Осереднені значення фактора протиерозійної ефективності сільськогосподарських культур ( $f_p$ ) представлені у табл. 2. Вони отримані на основі аналізу існуючих рекомендацій і їх експертної оцінки.

Таблиця 2

**Середні значення фактора протиерозійної ефективності сільськогосподарських культур  $f_p$**

Культура	$f_p$
Оброблена поверхня (пар, зяб)	1.0
Високостеблові просапні	0.70
Низькорослі просапні	0.55
Зернові ярові	0.35
Зернові озимі	0.30
Однорічні трави	0.10
Багаторічні трави	0.01

Необхідно підкреслити, що наведені у табл. 2 значення  $f_p$  є багаторічними середніми, оскільки протиерозійна ефективність агрофону змінюється в залежності від забезпеченості року, умов проведення протиерозійного прийому, а також стану рослинного покриву.

Кількісна оцінка фактора протиерозійної ефективності ґрунтозахисних заходів ( $f_n$ ) виконана з використанням спеціально розробленої методики, обґрунтування якої дається в роботі [9]. Застосування цієї методики до результатів польових досліджень ефективності протиерозійних заходів, проведених у різних районах колишнього Радянського Союзу, у зборі і первинній обробці яких брали участь співробітники кафедри фізичної географії і природокористування ОНУ, дозволило отримати значення коефіцієнтів протиерозійної ефективності найбільш розповсюджених агротехнічних протиерозійних заходів в середньому за багаторічний період і для розрахункових забезпеченостей 10, 25, 50, 75 і 90 відсотків.

Таблиця 3

**Значення коефіцієнту ефективності агротехнічних протиерозійних заходів для забезпеченостей 10-90 % і в середньому за багаторічний період**

Протиерозійний прийом	Забезпеченні значення на P%					Середні значення
	10	25	50	75	90	
Плоскорізний обробіток ґрунту	0.67	0.60	0.49	0.33	0.17	0.65
Лунковання	0.85	0.67	0.50	0.20	0	0.90
Глибока оранка і оранка з ґрунтозаглибленням	0.80	0.70	0.55	0.25	0	0.85
Щільовання	0.66	0.55	0.40	0.25	0.10	0.70
Мульчування	-*	-	-	-	-	За формулою (6)

\* — дані відсутні.

Значення коефіцієнта протиерозійної ефективності мульчування ( $f_{p \text{ мульч}}$ ) визначається за формулою [16]:

$$f_{p \text{ мульч}} = \exp[-3.22(1 - \exp(-0.20R))], \quad (6)$$

де R — кількість рослинних рештків, т/га.

Самостійну проблему складає нормування відносної змиваемості ґрунту —  $j_R$  та часткової характеристики відносної змиваемості —  $j_p$ . Значення цих параметрів для основних генетичних підтипів ґрунтів території, що розглядається, за даними багаторічних польових досліджень протиерозійних властивостей ґрунтів з використанням методу штучного дощування наведені у роботах [12, 13, 2]. Відтак, достатньо репрезентативні дослідження, проведені на зрошуваних землях [14], а також на землях з різноманітним характером використання [10] показують, що в теперешній час відмінності у протиерозійних властивостях ґрунтів в значному ступені визначаються інтенсивністю використання і змінами в їх фізичних і хімічних властивостях, які трапились в зв'язку з цим в останні десятиріччя. Отже, за даними

проведених польових досліджень відносна змиваємість зрошуваних ґрунтів в середньому в 2 рази менше, ніж їх незрошуваних аналогів, а відносна змиваємість ґрунтів орних земель, що інтенсивно використовуються, — може бути у декілька разів більше, ніж ґрунтів, які знаходяться під лісом або цілиною.

Змінення модуля весняного змиву ґрунту вниз по схилу не підкоряється закономірності, характерної для зливогого змиву в силу його яскраво висловленого невстановленого характеру. В зв'язку з тим, що тривалість водовіддачі при сніготаненні вимірюється, принаймні, годинами (за наявності нічних перерв), то за цей час хвиля стоку встигає добігти до підніжжя схилу і на всьому схилі формування стоку іде по типу "повного" схилового стоку, при якому модуль стоку зростає з віддаленням від вододілу (при інших рівних умовах). В цьому випадку вираження для розрахунку модуля весняного змиву ґрунту може бути приведене до вигляду:

$$W_a(L) = K_{ГМВ} C_s \left[ (1+p') j_p(L) I^{m'}(L) L^{p'} f_a(L) + j_p(L) f_a(L) L^{p'+1} \frac{d(I^{m'}(L))}{dL} + I^{m'}(L) f_a(L) L^{p'+1} \frac{d(j_p(L))}{dL} + j_p(L) I^{m'}(L) L^{p'+1} \frac{d(f_a(L))}{dL} \right], \quad (7)$$

де  $W_a(L)$  — середньорічний модуль весняного змиву ґрунту (т/га) на відстані  $L$  (м) від вододілу;  $K_{ГМВ}$  — норма гідрометеорологічного фактора весняного змиву;  $j_p(L)$  — часткова характеристика відносно змиваємості як функція відстані від вододілу;  $C_s$  — коефіцієнт, що враховує експозицію схилу;  $m'$ ,  $p'$  — показники ступеня при ухилі схилу і відстані від вододілу, відповідно.

Показник ступеня при ухилі  $m'$  за дослідженнями [12] лінійно зв'язаний з показником  $m$ , а значення показника ступеня при довжині схилу  $p'$  в моделі (7) на відміну від моделі зливогого змиву не дорівнює нулю по всій довжині схилу. Традиційним значенням  $p'$  є 0.5 [12, 13]. В модифікованому варіанті "Універсального рівняння втрат ґрунту" — моделі RUSLE [17] — також пропонується при розрахунку весняного змиву користуватися постійним значенням  $p = 0.5$ . Однак і тут, як встановлено Г. О. Ларіоновим [3], у зв'язку з навантаженням схилового потоку намулами, зростання інтенсивності модуля змиву пропорційно відстані від вододілу в ступені 0.5 має місце тільки в межах верхнього 200-300-метрового відрізка схилу. Нижче по схилу показник ступеня зменшується.

Середньобагаторічне значення гідрометеорологічного фактора весняного змиву згідно з [5] дорівнює:

$$K_{ГМВ} = 10^{-3} \gamma \rho$$

де  $\gamma$  — середньорічний шар (мм) весняного стоку;  $\rho$  — середня річна концентрація намулів ( $\text{г}/\text{м}^3$ ) у схиловому стоці за період сніготанен-

ня. Середньобагаторічні значення  $K_{ГМВ} \cdot 10^5$ , які отримані для території Українського Причорномор'я С. С. Прокопенко [5], представлені на картосхемі рис. 2.

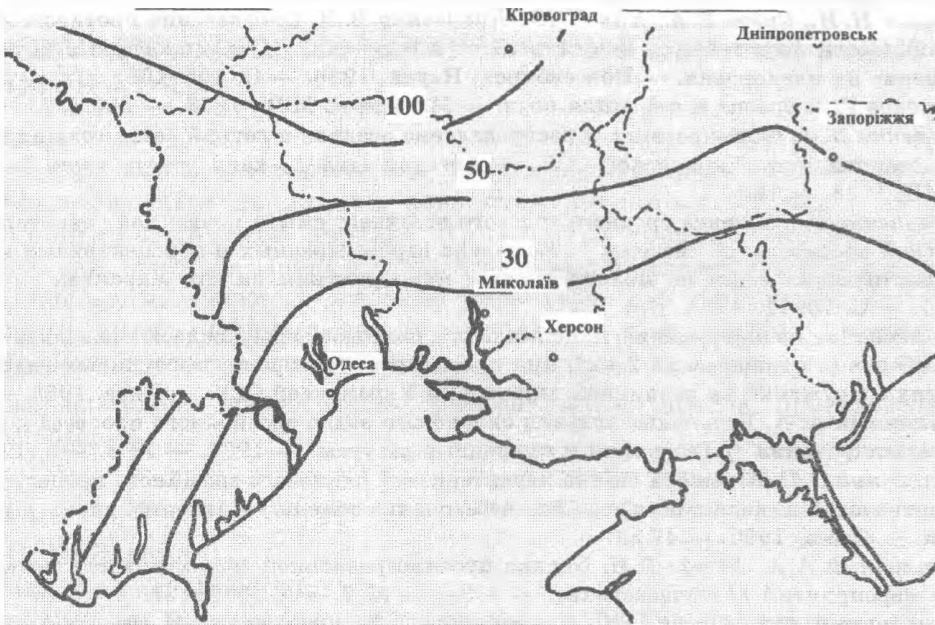


Рис. 2. Карта-схема гідрометеорологічного фактору весняного змиву ґрунту  $K_{ГМВ} \cdot 10^5$  (за [5])

Значення показників ступеня  $m'$  і  $p'$  визначаються з використанням емпіричних залежностей [12, 3]:

$$m' = 0.7 + 0.6(m - 0.7), \quad (9)$$

$$p' = 0.20 + 0.705L^{-0.15} \quad (10)$$

Для визначення коефіцієнта експозиції  $C_s$  моделі (7) рекомендується використати формулу, отриману Г. І. Швєбсом [12] на основі аналізу надходження сонячної радіації на схили різної експозиції. Згідно з цією формулою при ухилі 5 градусів для схилів північної експозиції коефіцієнт  $C_s$  дорівнює 0.82, для схилів південної експозиції – 1.16.

Сучасний варіант логіко-математичної моделі, таким чином, можливо розглядати як емпіричну модель ерозійно-аккумулятивного процесу, що дозволяє виконувати оцінку не тільки ерозійних втрат ґрунту, але і аккумуляції намулів у заданій точці схилу довільної довжини і форми з урахуванням змінення вздовж схилу його морфометричних характеристик, протиерозійних властивостей ґрунтового покриву і існуючої або проектованої агротехніки вирощування сільськогосподарських культур.



## Література

1. *Бефани Н. Ф., Калинин Г. П.* Упражнения и методические рекомендации по гидрологическим прогнозам. — Л.: Гидрометеиздат, 1965. — 305 с.
2. *Игошин Н. И., Сизов В. А., Хан К. Ю., Кириченко В. И.* Определение противозерозийной устойчивости почв методом искусственного дождевания // Эродированные почвы и повышение их плодородия. — Новосибирск: Наука, 1985. — С. 105–108.
3. *Ларионов Г. А.* Эрозия и дефляция почв. — М.: Изд-во МГУ, 1993. — 200 с.
4. *Науменко Л. Ф.* Формирование и распределение осадков в летний сезон года на территории степной зоны Украинской ССР. — Автореф. дис. ... канд. геогр. наук. — Одесса: ОГМИ, 1988. — 16 с.
5. *Прокопенко С. С.* Оценка среднего годового весеннего смыва почвы для территории Добрянской оросительной системы // Комплекс первоочередных и перспективных научных и практических задач по мелиоративным мероприятиям на юге Украины. — Херсон, 1986. — С. 70–71.
6. *Рекомендации по определению максимальных расходов воды дождевых паводков с малых водосборов (с площадью до 2 км<sup>2</sup>) при проектировании противозерозийных гидротехнических сооружений на равнинной территории Украинской ССР.* — Киев, 1985. — 25 с.
7. *Светличний А. А.* Рельефные условия склонового водно-эрозийного процесса и вопросы их моделирования // География и природные ресурсы. — 1991. — № 4. — С. 123–131.
8. *Світличний О. О.* Кількісна оцінка характеристик схилового ерозійного процесу і питання оптимізації використання ерозійно-небезпечних земель. — Автореф. дис. ... д-ра геогр. наук. — Одеса, 1995. — 47 с.
9. *Светличний А. А., Швец Г. И.* Оценка противозерозийной эффективности почвозащитных мероприятий // Почвоведение. — 1984. — № 7. — С. 114–121.
10. *Светличний А. А., Швец Г. И., Плотницкий С. В., Степовая О. И.* Проблемы оценки и пространственного моделирования характеристик противозерозийных свойств почв лесостепи. — 2002. — 12 с. (Рукопись).
11. *Срибный И. К.* О расчетах скоростей стекания и времени добегаания воды со склонов при определении максимальных ливневых расходов для малых водосборов // Метеорология и гидрология. — 1979. — № 12. — С. 76–82.
12. *Швец Г. И.* Формирование водной эрозии, стока наносов и их оценка. — Л.: Гидрометеиздат, 1974. — 184 с.
13. *Швец Г. И.* Тесретические основы эрозиоведения. — Киев; Одесса: Вища школа, 1981. — 223 с.
14. *Швец Г. И., Светличний А. А., Черный С. И.* Противозерозийная стойкость почв юга УССР и ее изменение под влиянием орошения // Почвоведение. — 1988. — № 1. — С. 94–100.
15. *Швец Г. И., Светличний А. А., Черный С. Г.* Гидрометеорологические условия формирования ливневой эрозии почв. — Деп. УкрНИИНТИ, № 261-Ук93, 1993. — 11 с.
16. *EPIC-Erosion/Productivity Impact Calculator. Part 1. Model documentation//Unated States Department of Agriculture, Agricultural Reserch Service, Technical bulleten number 1768(1), 1990. — 235 p.*
17. *Renard K. G., Foster G. R., Weesies G. A., McCool D. K., Yoder D. C.* Predicting soil erosion by water: a guide to conservation planning with the Revised Universal Soil Loss Equation (RUSLE). Handbook No. 703. US Department of Agriculture, 1993. — 404 p.

**А. А. Светличный**

Одесский национальный университет,  
кафедра физической географии и природопользования  
ул. Дворянская, 2, Одесса, 65026, Украина

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗ ВОДНОЙ ЭРОЗИИ ПОЧВ**

### **Резюме**

Рассматривается математическая модель водной эрозии почв, являющаяся модифицированным вариантом известной логико-математической модели поверхностно-склоновой эрозии. Приводится обоснование выполненных модификаций, конечная запись основных выражений моделей ливневого и весеннего смыва, численные значения основных параметров для территории Украинского Причерноморья. Обсуждаются проблемы применения модели для противоэрозионного проектирования.

**Ключевые слова:** эрозия почвы, математическая модель, противоэрозионное проектирование.

**O. O. Svitlychnyi**

Odessa National University,  
Department of Physical Geography and Nature Use Exploration  
Dvorianskaya st., 2, Odessa, 65026, Ukraine

## **MATHEMATICAL MODELING AND FORECAST OF WATER SOIL EROSION**

### **Summary**

Mathematical model of water soil erosion, which is a modified variant of well known logician-mathematical model of slope erosion are considered. The motivation of executed modifications, end writing forms of the main expressions of models of rainstorm and spring wash off, numerical values of the model parameters for the territory of Ukrainian Prichernomorie are given. Problems of the model using for soil protective designing are discussed.

**Key words:** soil erosion, mathematical model, soil protective designing.