

УДК 536.46:662.612

**В. В. Калинин, С. Г. Орловская, Ю. В. Прудникова**  
Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова

## **УСТОЙЧИВЫЕ И КРИТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ТЕПЛОМАСООБМЕНА УГЛЕРОДНОЙ ЧАСТИЦЫ С ВОЗДУХОМ**

Рекомендовано до друку науковим семінаром  
кафедри теплофізики ОНУ 15.06.2000.

Проведено аналіз впливу стефанівської течії та природної конвекції на діаметри та відносні швидкості руху вуглецевої частинки, які визначають її стійкі (горіння) та критичні (спалахування, потухання) режими тепломасообміну та кінетики паралельних хімічних реакцій ( $C + O_2 \rightarrow CO_2$  і  $2C + O_2 \rightarrow 2CO$ ) з урахуванням теплообміну випромінюванням з холодними стінками реакційної установки.

Проведен анализ влияния стефановского течения и естественной конвекции на диаметры и относительные скорости движения углеродной частицы, которые определяют ее устойчивые (горение) и критические (воспламенение, потухание) режимы тепломассообмена и кинетики параллельных химических реакций ( $C + O_2 \rightarrow CO_2$  и  $2C + O_2 \rightarrow 2CO$ ) с учетом теплообмена излучением с холодными стенками реакционной установки.

An analysis of the effect of Stefan flow and convection on diameters and motion relative velocities of a carbon particle which determine its stable (burning) and critical (ignition, extinction) regimes of heat and mass transfer and kinetics of the parallel chemical reactions ( $C + O_2 \rightarrow CO_2$  and  $2C + O_2 \rightarrow 2CO$ ) with taking into account heat exchange by radiation with cold walls of the device has been made.

Вопрос об относительной роли стефановского течения и естественной конвекции в процессах горения и самопроизвольного потухания углеродных частиц изучен недостаточно. В [1, 2] эти процессы рассматривались с учетом вынужденной конвекции, однако, не учитывались тепловые и массовые потоки, связанные со стефановским течением. В [3] показано, что кинетика химических реакций неподвижной углеродной частицы с воздухом взаимосвязана со стефановским течением. В [4] экспериментально доказано, что при высоких температурах, больших 2000 К, на поверхности углеродной частицы, обдуваемой воздухом, протекают параллельные химические реакции  $C + O_2 \rightarrow CO_2$  (I),  $2C + O_2 \rightarrow 2CO$  (II) и последовательная эндотермическая реакция  $C + CO_2 \rightarrow 2CO$  (III). Показано, что при относительно невысоких температурах, которые реализуются в условиях топочных устройств, реакцией (III) можно пренебречь. Также для достаточно малых размеров частиц можно пренебречь гомогенной реакцией  $2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$  (IV), если критерий Семенова  $Se = \sqrt{k_4 d^2 / D(Nu)^2}$  меньше 0,4 [5].

Исходя из сказанного выше, целью работы является выяснение механизма влияния стефановского течения и естественной конвекции на диаметры и относительные скорости параллельных химических реакций  $C + O_2 \rightarrow CO_2$  (I) и  $2C + O_2 \rightarrow 2CO$  (II).

Химическое превращение твердой углеродной частицы в газообразные компоненты приводит к появлению стефановского течения на ее поверхности

$$W_C = -\frac{1}{2} \rho \frac{\partial d}{\partial t} = \rho_g U_S, \quad d(t=0) = d_b; \quad U_S = \frac{M_C}{M_{O_2}} (k_1 + 2k_2) n_{O_2, S} \quad (1)$$

$$n_{O_2, S} = n_{O_2, \infty} \left( \frac{k_1 + k_2 + U_S^k}{\beta} + 1 \right)^{-1}; \quad U_S^k = \frac{M_C}{M_{O_2}} (k_1 + 2k_2) n_{O_2, \infty};$$

$$k_1 = k_{0,1} \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right), \quad k_2 = k_{0,2} \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right); \quad \beta = \frac{DNu}{d};$$

$$D = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_g}, \quad \lambda_g = \lambda_{g0} \left(\frac{T_*}{T_0}\right)^{0.75}, \quad \rho_g = \rho_{g0} \left(\frac{T_0}{T_*}\right),$$

$$c_g = 1185 + 0,125(T_* - T_0), \quad T_* = (T + T_g)/2, \quad T_0 = 1273 \text{ К.}$$

Дифференциальное уравнение для временной зависимости температуры  $T(t)$  записывается с учетом того, что теплопроводность частицы намного выше, чем газа, а ее температуропроводность много ниже температуропроводности газа и коэффициентов диффузии компонент в газе:

$$\frac{1}{6} c_p d \frac{\partial T}{\partial t} = q_{ch} - q_h, \quad T(t=0) = T_b; \quad (2)$$

$$q_{ch} = (k_1 Q_1 + k_2 Q_2) \rho_g n_{O_2, S}, \quad q_h = q_g + q_w,$$

$$q_g = \alpha(T - T_g) + \frac{1}{2} c_g \rho_g U_S (T + T_g), \quad q_w = \epsilon \sigma (T^4 - T_w^4),$$

$$\alpha = \lambda_g Nu / d, \quad Nu = 2 + 0,54 \sqrt{Re_G};$$

$$Re_G = \sqrt{0,5Gr}, \quad \nu_G = Re_G (\nu_g / d); \quad (3)$$

$$Gr = \frac{gd^3(T - T_g)}{273\nu_g^2}, \quad \nu_g = Pr \cdot a_g, \quad a_g = D.$$

Анализ и решение уравнений (1) – (3) показывают, что в зависимости от значений  $T_b$  и  $d_b$  могут осуществляться устойчивые высокотемпературные (горение) или низкотемпературные (окисление) квазистационарные состояния частицы.

Из условия стационарности  $q_{ch} = q_g + q_w$  зависимость коэффициентов тепло - и массообмена  $\alpha$  и  $\beta$ , определяющих устойчивые и критические состояния, от стационарной температуры частицы получаем в явном виде

$$\beta(T) = \frac{\alpha}{c_g \rho_g} = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2} (k_1 + k_2), \quad (4)$$

$$\text{где } B = A_4 - A_1 - A_2 - A_3, \quad C = A_1 A_3, \quad A_1 = 1 + \frac{U_S^k}{(k_1 + k_2)},$$

$$A_2 = \frac{U_S^k}{2(k_1 + k_2)} \frac{T + T_g}{(T - T_g)}, \quad A_4 = \frac{(k_1 Q_1 + k_2 Q_2) \rho_g n_{O_2, \infty}}{c_g \rho_g (T - T_g) (k_1 + k_2)}. \quad (5)$$

Знак минус перед корнем в выражении (4) определяется теплообменом излучением. Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  изменяются за счет изменения диаметра и скорости движения частицы. Введем комплекс  $f = 2d / Nu$ , характеризующий устойчивые и критические состояния частицы при различных значениях ее диаметра и скорости движения [6].

Полученные формулы и уравнения позволяют провести анализ влияния естественной конвекции ( $V_G \neq 0$ ) и стефановского течения ( $U_S^k \neq 0$ ) на характеристики устойчивых стационарных состояний, а также на критические режимы ТМО, определяющие гетерогенное воспламенение и потухание углеродной частицы. Расчеты проводились при следующих физико-химических параметрах  $Q_1=12,3 \cdot 10^6$ ,  $Q_2=6,843 \cdot 10^6$  Дж/кг  $O_2$ ;  $k_{0,1}=4,5 \cdot 10^4$ ,  $k_{0,2}=13 \cdot 10^4$  м/с;  $E_1=140030$ ,  $E_2=154000$  Дж/моль;  $\lambda_{g0}=0,0819$  Вт·м<sup>-1</sup> К<sup>-1</sup>,  $\rho_{g0}=0,277$  кг/м<sup>3</sup>;  $\varepsilon=0,78$ ,  $\rho=1440$  кг/м<sup>3</sup>,  $c=947$  Дж/(кг К) (для антрацита АШ) [8].

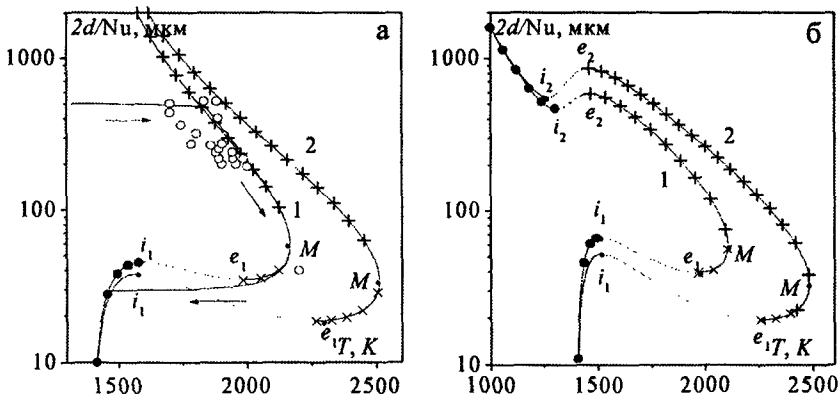


Рис. Влияние стефановского течения на величину  $f = 2d/Nu$  в зависимости от стационарной температуры частицы. а)  $T_g = T_w = 1400$  К, б)  $T_g = 1400$  К,  $T_w = 500$  К; 1 –  $U_S^k \neq 0$ , 2 –  $U_S^k = 0$ . Расчет по стационарной модели: ●● – окисление, -x- – горение; т.  $M$  – максимальная температура горения  $T_M$  и соответствующий ей диаметр частицы  $d_M$ ; --- – неустойчивые состояния; т.  $i_1, i_2$  – критические параметры воспламенения; т.  $e_1, e_2$  – критические параметры потухания. Сплошная линия – расчет по нестационарной модели с учетом естественной конвекции при  $d_b = 500$  мкм,  $T_b = 300$  К; ○○○ – экспериментальные данные [7]

Из рисунка видно, что на кривых  $f(T)$  имеются экстремумы (точки  $i_1$  и  $e_1, i_2$  и  $e_2$ ), которые описываются условиями

$$\frac{\partial f}{\partial T} = 0; \left. \frac{\partial^2 f}{\partial T^2} \right|_{i_1, e_2} < 0; \left. \frac{\partial^2 f}{\partial T^2} \right|_{e_1, i_2} > 0; \frac{\partial q_{ch}}{\partial T} = \frac{\partial q_h}{\partial T}.$$

Это означает, что при  $f = f_{i_1}, f_{i_2}, f_{e_1}, f_{e_2}$  кривые  $q_{ch}(T, f)$  и  $q_h(T, f)$  касаются. Следовательно, эти точки являются критическими, определяющими воспламенение (точки  $i_1, i_2$ ) и потухание (точки  $e_1, e_2$ ) частицы. Соответственно, координатами этих точек являются критические значения скоростей, диаметров и температур частицы. В интервалах  $f_{e_1} < f < f_{i_1}$  и  $f_{i_2} < f < f_{e_2}$  зависимость  $T(f)$  имеет гистерезисный характер. Отметим, что качественное изменение  $f(T)$  в области больших значений  $f$  (большие диаметры и малые скорости движения частицы) – появление двух дополнительных экстремумов (точки  $i_2$  и  $e_2$  на рис. б) –

происходит при уменьшении температуры стенок реакционной установки. Соответственно, с увеличением  $T_w$  ( $T_w \rightarrow T_g$ ) происходит уменьшение различия между  $f_{i2}$  и  $f_{e2}$ , площадь гистерезисной петли уменьшается, пока не исчезнет совсем (рис. а).

На рис. а представлены результаты расчетов и по нестационарной модели (1) – (3). Горизонтальной стрелкой показан ход комплекса  $f$  при прогреве частицы от начальной температуры до температуры горения, который происходит практически без изменения диаметра частицы. Естественная конвекция увеличивает критерий Nu, что приводит к уменьшению  $f$ . Далее при горении частицы нестационарные и стационарные зависимости  $f(T)$  совпадают до точки  $e_1$ , где происходит скачкообразный переход в низкотемпературное состояние. Результаты расчетов по формулам (4), (5) удовлетворительно согласуются с экспериментальными результатами [7] и с расчетами по нестационарной модели.

Как видно из рисунка, стефановское течение приводит к увеличению критических значений  $f_{i1}$ ,  $f_{e1}$  (увеличению диаметров и уменьшению скоростей), уменьшению  $f_{i2}$ ,  $f_{e2}$  (уменьшению соответствующих диаметров и увеличению скоростей) и уменьшению температуры горения частицы.

Зависимость температуры горения  $T_{burn}$  от диаметра и скорости движения частицы находится из формул (4), (5) с заменой  $T$  на  $T_{burn}$  в интервале  $f_{e1} < f < f_{e2}$ . Для определения максимальной температуры горения и соответствующего ей диаметра частицы воспользуемся условием

$$\frac{\partial q_{ch}}{\partial f} = \frac{\partial q_h}{\partial f},$$

что эквивалентно равенству  $B^2 = 4C$ . Используя это равенство и условие стационарности, получим

$$T_M = T_g + \frac{n_{O_2, \infty} \rho_g \sum_{i=1}^2 Q_i k_i - q_{sf, k}}{c_g \rho_g \left( \sum_{i=1}^2 k_i + U_S^k \right)} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\varepsilon \sigma (T_M^4 - T_w^4)}{n_{O_2, \infty} \rho_g \sum_{i=1}^2 Q_i k_i - q_{sf, k}}} \right]^2, \quad (6)$$

$$d_M = \frac{DNu}{\sum_{i=1}^2 k_i + U_S^k} \left[ \frac{n_{O_2, \infty} \rho_g \sum_{i=1}^2 Q_i k_i - q_{sf, k}}{\left( \sum_{i=1}^2 k_i + U_S^k \right) c_g \rho_g (T_M - T_g)} - 1 \right]^{-1}, \quad (7)$$

где плотность теплового потока за счет стефановского течения при протекании химических реакций в кинетической области

$$q_{sf, k} = \frac{1}{2} U_S^k c_g \rho_g (T_M + T_g), \quad k_i = k_{0,i} \exp\left(-\frac{E_i}{RT_M}\right).$$

Анализ формул (6), (7) показывает, что стефановское течение уменьшает максимальную температуру горения и увеличивает соответствующий ей диаметр частицы (таблица).

Таблица

Влияние естественной конвекции и стефановского течения на характеристики гетерогенного горения углеродной частицы  $d_b=500$  мкм,  $T_b=300$  К,  $T_g=T_w=1400$  К,  $n_{O_2,\infty}=0,23$ .

$U_S^k$	$V_G$	$t_{burn}, c$	$d_c, мкм$	$d_M, мкм$	$T_M, К$
$U_S^k=0$	$V_G=0$	4,42	15,4	33,4	2513
	$V_G \neq 0$	4,11	15,5	33,7	2513
$U_S^k \neq 0$	$V_G=0$	5,46	29,4	57,2	2167
	$V_G \neq 0$	5,08	30,0	57,8	2167

Учет стефановского течения приводит к увеличению времени горения  $t_{burn}$  и критического диаметра, при котором происходит потухание частицы. Естественная конвекция уменьшает время горения (таблица). Это связано с тем, что при учете теплопотерь излучением естественная конвекция в большей степени увеличивает  $q_{ch}$  за счет роста коэффициента массообмена по сравнению с  $q_g$ .

По сравнению с естественной конвекцией стефановское течение более сильно влияет на характеристики гетерогенного горения частицы (таблица), так как его скорость больше скорости естественной конвекции и качественно по-иному меняется со временем. В процессе горения  $V_G$  уменьшается с течением времени, а  $U_S$  растет, что определяется уменьшением диаметра частицы. Уменьшение диаметра приводит к росту скорости стефановского течения ( $U_S \sim 1/d$ ) и уменьшению скорости естественной конвекции ( $V_G \sim \sqrt{d}$ ).

В заключение хотелось бы отметить, что рассмотренный выше случай (рис. б) возможен не при всех условиях. Двухпетлевой гистерезис на зависимости стационарной температуры частицы (а значит, и плотностей тепловых и массовых потоков, и скорости химических реакций) от комплекса  $f$  (то есть от диаметра и относительной скорости движения углеродной частицы) наблюдается только в случае, когда температура стенок реакционной установки больше температуры газа. При этом необходимо, чтобы температура газа была выше значения, при котором плотность химического тепловыделения сравнивается с плотностью теплопотерь за счет излучения к холодным стенкам реакционной установки.

Для случая  $T_w < T_g$  существует предельная температура газа (обозначим ее  $T_{g,c}$ ), ниже которой невозможно самовоспламенение частиц или воспламенение за счет повышения их начальной температуры. Находится значение этой температуры из условия  $\partial T_{g,c} / \partial f = 0$ , с учетом того, что здесь  $\partial q_{ch} / \partial f = \partial q_h / \partial f$ . В этом случае критерий для определения  $T_{g,c}$  и соответствующего ей значения  $f_c$  будет иметь вид:

$$\varepsilon \sigma (T_{g,c}^4 - T_w^4) = \rho_g n_{O_2} \sum_{i=1}^2 k_i Q_i, \quad f_c = \frac{2\lambda_g R}{\varepsilon \sigma E T_g^2} \left[ 1 - \left( \frac{T_w}{T_g} \right)^4 - \frac{4RT_g}{E} \right]^{-1}.$$

Таким образом, в работе показана необходимость учета естественной конвекции и скорости стефановского течения при определении характеристик гетерогенного горения углеродной частицы. Одновременный учет естественной конвекции и стефановского течения дает лучшее совпадение с экспериментальными результатами по температуре горения и временным характеристикам горения – периоду индукции, времени горения.

**Обозначения:**

$d$ ,  $d_h$ ,  $d_M$  – диаметр частицы текущий, начальный и соответствующий максимальной температуре горения;  $T$ ,  $T_h$ ,  $T_M$  – текущая, начальная и максимальная температура частицы;  $c$ ,  $c_g$ ,  $\rho$ ,  $\rho_g$  – удельные теплоемкости и плотности частицы и газа;  $W_C$  – скорость химического превращения по углероду;  $U_S$  – скорость стефановского течения на поверхности частицы;  $U_S^k$  – скорость стефановского течения при протекании реакции в кинетической области;  $M_C$ ,  $M_{O_2}$  – молярные массы углерода и кислорода;  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_{0,1}$ ,  $k_{0,2}$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  – константы скоростей, предэкспоненциальные множители и энергии активации химических реакций (I), (II);  $k_4$  – константа скорости реакции (IV),  $Q_1$ ,  $Q_2$  – тепловые эффекты реакций, рассчитанные на единицу массы кислорода;  $n_{O_2,\infty}$ ,  $n_{O_2,s}$  – относительные массовые концентрации кислорода в среде и на поверхности частицы;  $q_{ch}$  – плотность химического тепловыделения;  $q_h$  – плотность теплового потока на поверхности частицы;  $q_g$ ,  $q_w$  – плотности конвективного (включая стефановское течение и теплопроводность) теплового потока и теплового потока излучением;  $\alpha$ ,  $\beta$  – коэффициенты тепло- и массообмена;  $T_g$ ,  $T_w$  – температуры газа и стенок камеры реакционной установки;  $\varepsilon$  – коэффициент черноты частицы;  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана;  $\lambda_g$ ,  $a_g$ ,  $\nu_g$  – коэффициенты теплопроводности, температуропроводности и кинематической вязкости газа;  $D$  – коэффициент диффузии газообразного компонента;  $Re_G$  – критерии Рейнольдса, определяемый естественной конвекцией;  $Se$ ,  $Nu$ ,  $Gr$ ,  $Pr$  – критерии Семенова, Нуссельта, Грасгофа и Прандтля.

1. Ассовский И.Г. О зажигании, погасании и тепловом гистерезисе гетерогенной экзотермической реакции // Физика горения и взрыва.– 1998.– Т.34, №2.– С. 51–58.
2. Гавин Л.Б., Медведев В.А., Наумов В.А. Модель двухфазной турбулентной струи с учетом гетерогенного горения частиц // Физика горения и взрыва.– 1988.– Т.24, №3.– С. 12–17.
3. Калинчак В.В., Орловская С.Г., Калинчак А.И., Дубинский А.В. Тепломассообмен углеродной частицы с воздухом при учете стефановского течения и теплотерьер излучением // Теплофизика высоких температур.– 1996.– Т.34, №1.– С. 83–91.
4. Головина Е.С. Высокотемпературное горение и газификация углерода.– М.: Энергоатомиздат, 1983.– 176 с.
5. Matsui K. The Attachment of the Flame Sheet to the Carbon Surface in a Carbon Combustion Model: On the Combustion Rate // Combustion and Flame.– 1999.– V.118.– P. 697–706.
6. Калинчак В.В., Орловская С.Г., Прудникова Ю.В., Гаиуи И. Устойчивые и критические режимы тепломассообмена движущейся углеродной частицы // Физика горения и взрыва.– 1998.– Т.34, №1.– С. 25–30.
7. Бабий В.И., Куваев Ю.Ф. Горение угольной пыли и расчет пылеугольного факела.– М.: Энергоатомиздат, 1986.– 208 с.
8. Основы практической теории горения / Под ред. В.В. Померанцева.– Л.: Энергоатомиздат, 1986.– 302 с.